第1章

アジア国際産業連関表の延長推計方法

桑森　啓

はじめに

本章では，産業連関表の延長推計方法について先行研究を整理・比較することを通じて，望ましいアジア表の延長推計方法を検討する。具体的には，まず代表的な延長推計の方法であるRAS法を中心に，先行研究の整理を行うことを通じて，アジア表に適用可能な延長推計方法について議論する。次いで，アジア表などの国際産業連関表の延長推計に際し，その精度の確保において重要な役割を果たす付加的情報（additional information）の反映方法とマイナス値の処理方法について検討する。

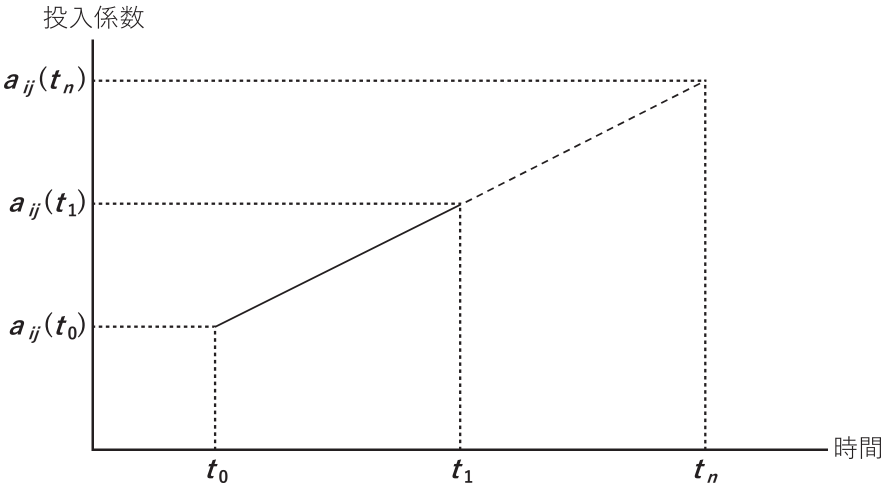
1　産業連関表の延長推計方法

産業連関表の延長推計とは，基準年次（t=0）における産業連関表から，対象年次（t）の産業連関表を実際の調査に頼ることなく推計する方法（Non-survey techniques）のことである。方法により若干の違いはあるものの，対象年次における最低限の利用可能な情報（国内生産額，付加価値額，最終需要額など）が用いられるため，延長推計とは中間取引の構造を推計することにほかならない。

1-1. 外挿法

最も早くから用いられ，かつシンプルな産業連関表の延長推計方法として，「外挿法（extrapolation)」あるいは「線形予測（linear projection)」と呼ばれる方法がある（以下，「外挿法」)。外挿法とは，過去の複数時点の産業連関表が利用可能である場合に，その期間の傾向が将来も続くと仮定して，将来時点の取引構造を予測する方法である（図1-1参照)。

図1-1　外挿法のイメージ



(出所)筆者作成。
（注）t_0およびt_1は，産業連関表が利用可能な過去の時点であり，t_nは予測の対象時点である。

1960年代には，この方法による産業連関表の延長推計の予測精度を検証する試みが行われた。

Rey and Tilanus(1963)，Tilanus and Rey(1964）およびTilanus(1966）によれば，オランダの10時点の産業連関表を用いて検証した結果，外挿法によって推計した投入係数を用いて中間需要額を推計した結果は，基準年次の表を用いて推計した結果よりも推計の精度が劣ることが報告されている。

Barker(1975）は，英国の産業連関表を用いて1963年の中間需要額を推計し直し，実際の中間需要額との比較を行った。1954年および1960年から投入構造が変化しないと仮定し，これらの投入係数表を用いて計算した1963年の産業別

中間需要額と，1954年および1960年の投入係数表から外挿法により推計した1963年の投入係数表を用いて計算した1963年の産業別中間需要額を，実際の1963年の中間需要額と比較した結果，外挿法による推計値が最も乖離が大きいという結果を得ている[1)]。

Ghosh（1964）は，最終需要と国民総生産（Gross National Product: GNP）が常に国内生産額（Gross Output）の一定割合であるという仮定に基づいて国内生産額の予測を行い，その方法の精度を検証している（blow-up methods）。英国の1949年を対象としてこの方法により推計を行った結果，実際の国内生産額からの乖離が他の方法と比較して劣ることを明らかにしている（Ghosh 1964, 45-48]）。

このように，外挿法はシンプルではあるが予測精度が低いため，近年ではほとんど用いられなくなっている（Miller and Blair 2009, 311）。

1-2. RAS法（RAS Method）

（1）RAS法の概要

現在，産業連関表の延長推計に最も広く用いられているのが，「RAS法」である。RAS法は「反復計算（iteration）」によって産業連関表の投入・産出のバランスを取りつつ対象年次の取引構造を予測する方法である。

反復計算によるデータの推計方法は，Deming and Stephan（1940）にまで遡ることができる。Deming and Stephan（1940）は，米国の人口センサスにおいて，サンプルから得られる情報を用いて，母集団の詳細な特性を推計する方法として繰り返し計算（iterative proportion）による調整に言及している。

産業連関表に反復計算による延長推計を最初に適用したのはStone and Brown（1962）である。彼らの方法は，以下のとおりである。まず，図1-2に示される競争輸入型の産業連関表について考える。

1）Barker（1975）は，外挿法により得られる1963年の投入係数がマイナスになった場合は，その係数をゼロに置き換えることにより，マイナス値が出現するのを回避している。42部門からなる英国の産業連関表を用いて計測を行った結果，産業全体の乖離度は1954年の投入係数を用いた場合が0.2％，1960年の投入係数を用いた場合が3.3％，線形予測による投入係数を用いた場合が4.7％であった（Barker 1975, 30-31]）。

図1-2　産業連関表（競争輸入型）の表形式

$Z(t)$	$F(t)$	$L(t)$	$-M(t)$	$X(t)'$
$V(t)$				
$X(t)$				

（出所）筆者作成。

ただし，

$$Z(t) = \begin{bmatrix} z(t)_{11} & \cdots & z(t)_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z(t)_{n1} & \cdots & z(t)_{nn} \end{bmatrix}:$$ 年次tにおける中間取引を表す$n \times n$正方行列（nは産業部門数）

$$F(t) = \begin{bmatrix} f(t)_{11} & \cdots & f(t)_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f(t)_{n1} & \cdots & f(t)_{nk} \end{bmatrix}:$$ 年次tにおける最終需要を表す$n \times k$行列（kは最終需要項目数）

$$L(t) = \begin{bmatrix} l(t)_1 & \cdots & l(t)_n \end{bmatrix}':$$ 年次tにおける輸出を表す$n \times 1$列ベクトル

$$-M(t) = \begin{bmatrix} -m(t)_1 & \cdots & -m(t)_n \end{bmatrix}':$$ 年次tにおける輸入（控除）を表す$n \times 1$列ベクトル

$$V(t) = \begin{bmatrix} v(t)_{11} & \cdots & v(t)_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v(t)_{p1} & \cdots & v(t)_{pn} \end{bmatrix}:$$ 年次tにおける付加価値を表す$p \times n$行列（pは付加価値項目数）

$$X(t)' = \begin{bmatrix} x(t)_1 & \cdots & x(t)_n \end{bmatrix}':$$ 年次tにおける国内生産額を表す$n \times 1$列ベクトル

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t)_1 & \cdots & x(t)_n \end{bmatrix}:$$ 年次tにおける国内生産額を表す$1 \times n$行ベクトル

である。

ここで，基準年次（t=0）の表に加え，対象年次tについて，以下の図1-3における網掛けの部分の情報が利用可能であるとする。

図1-3　延長推計に必要な対象年次の情報（網掛け部分）

$Z(t)$	$F(t)$	$L(t)$	$-M(t)$	$X(t)'$
$V(t)$				
$X(t)$				

（出所）筆者作成。

すなわち，対象年次tにおける国内生産額や最終需要などの外生値の情報は，生産統計や所得統計，貿易統計などから入手可能であることを前提として，その上で，中間取引部分を基準年次（t=0）の表の構造を利用して推計するというのがStone and Brown（1962）による予測の考え方である。

対象年次における中間取引部分（$Z(t)$）は，以下の4つの情報を用いて推計される。

$$A(0)=\begin{bmatrix} a(0)_{11} & \cdots & a(0)_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a(0)_{n1} & \cdots & a(0)_{nn} \end{bmatrix}$$：基準年次（0）の投入係数行列

$$w(t)=\begin{bmatrix} w(t)_1 & \cdots & w(t)_n \end{bmatrix}'$$：対象年次（t）の中間需要額合計（$n\times 1$）
$$w(t)_i=\Sigma_i z(t)_{ij}=x(t)_i-\Sigma_k f(t)_{ik}-l(t)_i+m(t)_i$$

$$u(t)=\begin{bmatrix} u(t)_1 & \cdots & u(t)_n \end{bmatrix}$$：対象年次（t）の中間投入額合計（$1\times n$）
$$u(t)_i=\Sigma_i z(t)_{ij}=x(t)_i-\Sigma_p v(t)_{pk}$$

これらの情報を用いて，対象年次の中間取引（額）は，次式により求められる[2)]。

$$(1.1)\quad Z(t)=A(t)\hat{X}(t)=\hat{R}A(0)\hat{S}\hat{X}(t)=(\cdots\hat{r}^{h}\cdots\hat{r}^{2}\hat{r}^{1})A(0)(\hat{s}^{1}\hat{s}^{2}\cdots\hat{s}^{h}\cdots)\,\hat{X}(t)$$

ただし，

2）導出方法の詳細については，金子（1971），Miller and Blair（2009）および佐野（2017）などを参照のこと。

$$\hat{r}^h = \begin{bmatrix} r_1^h & & O \\ & \ddots & \\ O & & r_n^h \end{bmatrix}, \hat{s}^h = \begin{bmatrix} s_1^h & & O \\ & \ddots & \\ O & & s_n^h \end{bmatrix}, \hat{X}(t) = \begin{bmatrix} x(t)_1 & & O \\ & \ddots & \\ O & & x(t)_n \end{bmatrix}$$

$$r_i^h = \frac{w(t)_i}{\sum_j r_i^{h-1} a(0)_{ij} s_j^{h-1} x(t)_j},\ s_j^h = \frac{u(t)_j}{\sum_i r_i^{h-1} a(0)_{ij} s_j^{h-1} x(t)_j} \quad (i, j = 1, \cdots, n)$$

である。

なお，添え字のhは，RAS法における反復計算（iteration）の第h回目のステップを表している。（1.1）式に示されるとおり，基準年次の投入係数行列（$A(0)$）の前後から修正係数行列$\hat{R}$および$\hat{S}$を乗じることにより，対象年次（t）の投入構造（$A(t)$）を予測していることから，この方法はRAS法（RAS method）と呼ばれる[3)]。

Paelinck and Waelbroeck(1963) は，1953年と1959年のベルギーの産業連関表を用いてRAS法の予測精度を検証している。Paelinck and Waelbroeck（1963）では，1959年のベルギー産業連関表の中間投入額および中間需要額をコントロール・トータル（Control Totals: CT）として用い，1953年の投入係数をRAS法により延長推計した結果と，1953年から投入構造が変化しないと仮定した場合（naïve method）の結果を比較し，通常のRAS法（Simple RAS）により延長推計された1959年の投入係数表は，1953年から投入構造が変化しないと仮定した場合よりも実際の1959年の投入係数表からの乖離が小さくなっており，RAS法による予測が有効であるとしている（Stone et al. 1963, 30-32]）。

Morrison and Smith(1974) はさまざまなNon-survey techniquesを用いて，一国の産業連関表（national input-output table）から特定地域の地域産業連関表（regional input-output table）を推計し，各推計方法の評価を行っている。彼らは，1968年の英国産業連関表から，人口83,000人のPeterboroughという街の産業連関表をRAS法および7種類の地域分割法（location quotient methods）により推計し，実際の調査に基づいて作成された1968年のPeterboroughの産業連関表（Survey-based table）からの乖離を計測した。5種類の乖離指標を用いて乖離を計測した結果，いずれの指標においてもRAS法が最も乖離が小さいとい

3）修正係数行列$\hat{R}$および$\hat{S}$は，それぞれ代替効果による投入係数の変化と加工度の変化による投入係数の変化を表すとされている（金子 1971, 94-95; 宮沢 2002, 132-133）。

う結果が得られたとしている。

その他にも，1970年代から1980年代にかけて国レベルまたは地域レベルの産業連関表を用いてRAS法の妥当性を検証する試みが行われ，RAS法が他の方法よりも高い予測精度を持つことが示された（Allen and Lecomber(1975)，Parikh（1979)，Harrigan et al.(1980）ほか)。

（2）RAS法の拡張

上で述べた基本的なRAS法では，国内生産額や最終需要などの外生値の情報は，生産統計や所得統計，貿易統計などから入手可能であることを前提としていた。その前提に基づいて，中間取引部分を基準年次（t=0）の表の構造を利用して推計するというのが基本的なRAS法の考え方であった。

しかし，現実には，対象年次の最終需要や付加価値に関しても，部門別の情報を得ることは容易ではない。国際産業連関表，なかでも統計の整備が不十分な途上国が含まれるアジア表の場合，中間取引額の部門別合計値を求めることはほとんど不可能と言わざるを得ない。そのため，RAS法の適用範囲を以下図1-4のように最終需要や付加価値まで拡大することにより，データ制約を緩和する方法がとられることも多い（Lecomber 1964; Allen and Lecomber 1975; European Commission 2008; 佐野 2011; 2017ほか）[4)]。

図1-4　データ制約を緩和した場合のRAS法による延長推計に必要な対象年次の情報（影付き部分）

$Z(t)$	$F(t)$	$L(t)$	$-M(t)$	$X(t)'$
$V(t)$				
$X(t)$				

（出所）筆者作成。

この場合，延長推計は以下の4つの情報を用いて行われる。

4）Allen(1974）は，このように，RASの適用範囲を広げてデータ制約を緩和する方法を「修正RAS法」（modified RAS method）と呼んでいる。一方，佐野（2011; 2017）では，同様の方法を「拡張RAS法」と呼んでおり，筆者によって呼び方が異なる点に注意が必要である。

$$\tilde{A}(0)=\begin{bmatrix} A(0) & \tilde{F}(0) \\ \tilde{V}(0) & O \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} a(0)_{11} & \cdots & a(0)_{1n} & \tilde{f}(0)_{11} & \cdots & \tilde{f}(0)_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a(0)_{n1} & \cdots & a(0)_{nn} & \tilde{f}(0)_{n1} & \cdots & \tilde{f}(0)_{nk} \\ \tilde{v}(0)_{11} & \cdots & \tilde{v}(0)_{1n} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{v}(0)_{p1} & \cdots & \tilde{v}(0)_{pn} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}:$$

基準年次（0）の投入係数行列
$((n+p)\times(n+k))$
$(\tilde{f}(0)_{ik}=f(0)_{ik}/\Sigma_i f(0)_{ik})$
$(\tilde{v}(0)_{pj}=v(0)_{pj}/x(0)_j)$

$$\tilde{w}(t)=\begin{bmatrix} \tilde{w}(t)_1 & \cdots & \tilde{w}(t)_n \end{bmatrix}':$$

対象年次（t）の中間需要および最終需要の合計額（$n\times 1$）
$\tilde{w}(t)_i=\Sigma_i z(t)_{ij}+\Sigma_k f(t)_{ik}=x(t)_i-l(t)_i+m(t)_i$

$$\tilde{u}(t)=\begin{bmatrix} \tilde{u}(t)_1 & \cdots & \tilde{u}(t)_n \end{bmatrix}X(t):$$

対象年次（t）の中間投入および付加価値の合計額（$1\times n$）
$\tilde{u}(t)_j=\Sigma_j z(t)_{ij}+\Sigma_p v(t)_{pk}=x(t)_i$

これらを（1.1）式と同様に計算することにより，対象年次の表を延長推計することができる。すなわち，

(1.2) $Z(t)=\tilde{A}(t)\hat{X}(t)=\tilde{R}A(0)\tilde{S}\hat{X}(t)=(\cdots\tilde{r}^h\cdots\tilde{r}^2\tilde{r}^1)A(0)(\tilde{s}^1\tilde{s}^2\cdots\tilde{s}^h\cdots)\hat{X}(t)$

ただし，

$$\tilde{r}^h=\begin{bmatrix} \tilde{r}_1^h & & O \\ & \ddots & \\ O & & \tilde{r}_n^h \end{bmatrix}, \tilde{s}^h=\begin{bmatrix} \tilde{s}_1^h & & O \\ & \ddots & \\ O & & \tilde{s}_n^h \end{bmatrix}, \hat{X}(t)=\begin{bmatrix} x(t)_1 & & O \\ & \ddots & \\ O & & x(t)_n \end{bmatrix}$$

$$\tilde{r}_i^h=\frac{\tilde{w}(t)_i}{\Sigma_j \tilde{r}_i^{h-1}a(0)_{ij}\tilde{s}_j^{h-1}x(t)_j},\ \tilde{s}_j^h=\frac{\tilde{u}(t)_j}{\Sigma_i \tilde{r}_i^{h-1}a(0)_{ij}\tilde{s}_j^{h-1}x(t)_j}\quad (i,j=1,\cdots,n)$$

である。添え字のhは，(1.1) 式の場合と同様，RAS法における反復計算 (iteration) の第h回目のステップを表している。

しかし，制約を緩める反面，この方法による予測精度の低下は避けられない。McMenamin and Haring(1974) は，1963年のワシントン州の地域産業連関表を用いて1967年の延長表を作成し，①1963年の投入係数を用いた場合（naïve model)，②中間取引をRAS法により延長推計した場合，③②のデータ制約を緩和し，RASの適用範囲を最終需要と付加価値にまで拡大した場合，の3つのケースについて延長推計を行ったところ，②の中間取引のみを延長推計する標準的なRAS法が他の2つの方法よりも若干ながらよいパフォーマンスを示す結果が得られたとしている。また，桑森・玉村・内田（2020）は，①中間取引のみにRAS法を適用した場合，②最終需要や付加価値までRAS法の適用範囲を拡大した場合の2つの方法を用いて，日本の産業連関表の2000年から2005年への延長推計を行った。その結果，①の通常のRAS法を適用した場合の方が，②の制約を緩和してRAS法を適用した場合よりも，実際の2005年表との乖離が小さいという結果を報告している[5)]。

1-3.　その他の延長推計方法

ここでは，上で議論した外挿法およびRAS法以外の延長推計方法について簡単にまとめておく。Lecomber(1975)，Jackson and Murray(2004）および佐野（2017）では，代替的な延長推計方法を紹介・検討している。RAS法も含め，いずれの方法も部門別中間需要額の合計値と部門別中間投入額の合計値を制約条件として，基準年次の中間取引額（$z_{ij}(0)$）と予測された中間取引額（$\tilde{z}_{ij}$）の乖離を最小にする問題として定義されているが，最小化の対象となる目的関数が異なっている。以下の表1-1は，おもな方法をまとめたものである。

表中の1は，他の方法との比較を可能にするために，RAS法を最小化問題として表現し直したものである。Lecomber(1975）は，RAS法が他の方法と比較して計算がシンプルである点が, 最も大きなメリットであるとしている（Lecomber 1975, 2)。Jackson and Murray(2004）では，米国の産業連関表を用いて表1-1に示される方法を含む10の延長推計方法について予測精度を検証した結果，総合的にRAS法が最も高い予測精度を示したという結果が報告されている(Jackson and Murray 2004, 144-145)。

5）桑森・玉村・内田（2020）では，日本の産業連関表を用いて2000年から2005年への延長推計を行った結果，①の中間取引のみにRAS法を適用した場合の実際の2005年表からの乖離が0.61％であったのに対し，②の最終需要や付加価値にまでRAS法の適用範囲を拡大して延長推計した表の乖離は1.91％であったことが報告されている（桑森・玉村・内田 2020, 46)。

表1-1　おもな延長推計の方法

	出典（名称）	目的関数	制約条件
1	Stone and Brown（1962）（RAS）	$\min_{\tilde{z}_{ij}} \sum_i \sum_j \tilde{z}_{ij} \ln \frac{\tilde{z}_{ij}}{z_{ij}(0)}$	$\sum_j \tilde{z}_{ij} = w_i$ $\sum_i \tilde{z}_{ij} = u_j$ $\tilde{z}_{ij} \geq 0 \ \forall i, j$
2	Almon（1968）	$\min_{\tilde{z}_{ij}} \sum_i \sum_j \left(z_{ij}(0) - \tilde{z}_{ij}\right)^2$	
3	Friedlander（1961）	$\min_{\tilde{z}_{ij}} \sum_i \sum_j \frac{\left(z_{ij}(0) - \tilde{z}_{ij}\right)^2}{z_{ij}(0)}$	
4	Matuzewski et al.（1964）	$\min_{\tilde{z}_{ij}} \sum_i \sum_j \frac{\lvert z_{ij}(0) - \tilde{z}_{ij}\rvert}{z_{ij}(0)}$	
5	Theil（1967）	$\min_{\tilde{z}_{ij}} \sum_i \sum_j z_{ij}(0) \ln \frac{z_{ij}(0)}{\tilde{z}_{ij}}$	
6	Jackson and Murray（2004）	$\min_{\tilde{z}_{ij}} \sum_i \sum_j \lvert \tilde{z}_{ij} - z_{ij}(0)\rvert$	
7	Lahr（2001）	$\min_{\tilde{z}_{ij}} \sum_i \sum_j z_{ij}(0) \lvert z_{ij}(0) - \tilde{z}_{ij}\rvert$	
8	Canning and Wang（2005）	$\min_{\tilde{z}_{ij}} \sum_i \sum_j z_{ij}(0) \left(z_{ij}(0) - \tilde{z}_{ij}\right)^2$	

（出所）Lecomber（1975），Jackson and Murray（2004），佐野（2017）に基づいて筆者作成。
（注1）表中で用いられている記号の意味は以下のとおりである。
$z_{ij}(0)$：基準年次（t=0）における（i, j）部門の中間取引額
$\tilde{z}_{ij}$：推計された（i, j）部門の中間取引額
w_i：第i部門の中間需要額合計
u：第j部門の中間投入額合計
（注2）1のStone and Brown（1962）と5のTheil（1967）との関係については，Bacharach（1970, 83-85）を参照のこと。

2　RAS法への付加的情報の反映方法

前節では，RAS法が他の延長推計方法と比較して高い予測精度を示してきたことを見てきたが，RAS法にもさまざまな課題が存在する。Polenske（1997）は，RAS法であっても，30％以上の誤差が生じることは決して珍しいことではなく，極めて限られた条件の下でのみ，正確な推計が可能であることを指摘している（Polenske 1997, 63, 81）。したがって，RAS法における欠点を補って延長推計の精度を向上させるため，基本的な外生値（中間取引額合計など）に加えて，付加的な情報を活用することにより，延長推計による予測の精度を改善する試みが行われてきた。本節では，アジア表の延長推計への適用を念頭に，RAS法に付加的情報を反映させる方法について検討する。

2-1. 付加的情報の反映方法

RAS法によって延長推計された表（延長表）の精度を改善する最も直接的な方法は，RAS法に用いる外生値以外の対象年次の取引に関する情報を組み込むことである。外生値以外にも所得統計や生産統計，貿易統計などの公的な統計資料から，より詳細な対象年次の情報が得られることは多い。また，部分的なサーベイを通じて対象年次に関する追加的な情報を収集し，反映させることができれば，延長表の精度を向上させることが可能となる。ここでは，RAS法に外生値以外の利用可能な情報（付加的情報）を反映させる方法について考察する。

（1）Allen（1974）の方法

Allen（1974）は，中間取引において追加的な情報（付加的情報）が利用できる場合，予測精度がどの程度改善するのかについて検証を行った。Allen（1974）は，付加的情報を反映させた場合のRAS法を以下の通り定式化した。

(1.3) $A(t)=\hat{R}A(0)\hat{S}=C+\hat{R}[A(0)-C]\hat{S}=C+\hat{R}E\hat{S}$

ただし，

$A(t)=\begin{bmatrix} a(t)_{11} & \cdots & a(t)_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a(t)_{n1} & \cdots & a(t)_{nn} \end{bmatrix}$: 推計された対象年次（$t$）の投入係数行列（$A(t)=\hat{R}A(0)\hat{S}$）

$C=\begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$: 付加的情報からなる行列

$E=\begin{bmatrix} A(0)-C \end{bmatrix}$: RAS法を適用する基準年次の投入係数（$a(0)_{ij}$）により構成される行列

である。

すなわち，外生的に中間取引に関する情報を得ることができる場合には（$c_{ij}>0$），基準年次の投入係数行列（$A(0)$）における当該の取引（$a_{ij}(0)$）をゼロに置き換えることによってRAS法の適用から除外し（$a_{ij}(0)=0,\ if\ c_{ij}>0$），残った要素によって構成される行列（$E$）にのみRAS法を適用した上で，付加的情報（$C$）を後から外生的に追加することにより，対象年次（$t$）の投入係数行列（$A$

（t)）を推計するというものである。なお，付加的情報からなる行列Cの要素c_{ij}は，情報が得られない場合はゼロとなる（$c_{ij}=0$)。

Allen(1974）は付加的情報の活用により，どの程度予測の精度が向上するかについて，1954年と1963年の英国の産業連関表を用いて検討を行った。まず，対象期間中の中間需要額の変化に応じて各産業部門をランク付けし，変化の大きい部門から1963年の実際の投入係数を付加的情報として外生的に与え，(1.3）式に基づいて，その他の部門のみにRAS法を適用して推計することにより，付加的情報の増加に伴って予測精度がどの程度向上するかを検証した。その結果，付加的情報を活用せず，すべての中間取引にRAS法を適用した場合，中間需要額の合計値は実際の1963年の値から14.3％の乖離を示したのに対し，5％の係数を1963年の値に置き換えた場合，乖離が11.4％に縮小することが示された。Allen(1974）では，より多くの係数を付加的情報（実際の値）に置き換えた場合についても検証し，付加的情報の割合が多くなるほど誤差は縮小することを確認している。50％の係数を付加的情報に置き換えた場合，予測誤差が7.2％にまで縮小するという結果が報告されている(Allen 1974, 220, Allen and Lecomber 1975, 45-47)。

（2）Gilchrist and St. Louis(1999; 2004）の方法（TRAS）

Allen(1974）の方法は，特定の取引（セル）に関する追加的な情報が利用できる場合のみを想定していたが，実際には，個々の部門や取引に関する情報までは得られなくとも，より集計したレベルでの情報であれば利用可能である場合も多い。たとえば，対象年次の表が，機密上の理由から極めて統合された分類でのみ公表されている場合が考えられる（Gilchrist and St. Louis 1999, 187)。

Gilchrist and St. Louis(1999; 2004）は，特定の取引に加え，部門が統合された産業連関表（統合表）が利用可能な場合に，付加的情報として延長推計に組み込む方法を提案している。その方法は以下のとおりである。

まず，(1.3）式に示されるとおり，推計しようとする対象年次の投入係数行列$A(t)$において，既知である投入係数からなる行列をCとする。次に，特定の取引（セル）ではなく，投入係数行列における一定範囲の情報も追加的に利用可能であるとする。この付加的情報は，推計しようとする対象年次の投入係数行列$A(t)$

の小行列$G = PA(t)Q$として表される。ただし，PおよびQは，それぞれ既知の行および列の集計行列（aggregator matrices）である。ここで，GにCを組み込むため，以下の行列を定義する。

（1.4）$G^C = G - PCQ$

この付加的情報G^CをRASに組み込む方法は以下のとおりである。まず（1.1）式に示されるRAS法を，最初からステップごとに示すと以下のようになる。

（1.5）$A^1 = \hat{r}^1 A(0)$　・・・　ステップ1

（1.6）$A^2 = A^1 \hat{s}^1 = \hat{r}^1 A(0) \hat{s}^1$　・・・　ステップ2

ここで，以下の行列を定義する。

（1.7）　$H^1 = G^C \ominus [PA^2Q]$　（$\ominus$は要素どうしの除算を表す演算子）

H^1の各要素は，付加的情報を表す行列G^Cの各要素の，（1.6）式によって求められるステップ2の投入係数行列A^2における各要素に対する比となっている。したがって，以下の（1.8）式のようにA^2にH^1を乗じることによって，A^2において付加的情報G^Cの値を固定値として反映させることができる。

（1.8）$A^3 = \mathrm{T}^0 \circ A^2 = [P'H^1Q'] \circ [\hat{r}^1 A(0) \hat{s}^1]$　・・・　ステップ3

ただし，P'およびQ'は，それぞれPおよびQの転置行列であり，演算子「$\circ$」は要素同士の積（アダマール積）を表している。すなわち，RASの各段階において得られた投入係数行列に付加的情報に対する比を要素として持つ行列H^kを乗じることにより，投入係数行列において付加的情報を反映させる部分の値を常に一定に保つことができる。RASの各段階のプロセスが（1.5）式，（1.6）式および（1.8）式の3つのステップによって構成されることから，この方法はthreestage RAS(TRAS) と呼ばれる。

Gilchrist and St. Louis(1999) は，カナダの産業連関表を用いて，TRASのパフォーマンスを2つの方法により検証している。ひとつは，1984年のSaskatchewan州の地域表におけるU表とV表を統合して集計された付加的情報の投入係数行列Gを作成するとともに，モンテカルロ法により基準年次の投入係数行列を人工的に生成し，これらにTRASを適用して1984年の投入係数行列の推計を行った。もうひとつは，人工的に生成したデータではなく，実際の1984年と1990年の2時点の各地域表から付加的情報の投入係数行列を作成し，TRASを適用することにより延長推計を行っている。これらのTRASによる推計結果を通常のRAS法による推計結果と比較した結果，いずれの場合もTRASを適用した場合の方が，より正確な推計値が得られたことを報告している。

Gilchrist and St. Louis(1999) の方法 (TRAS) では, 統合された産業連関表 (統合表) を付加的情報として延長推計に反映させることができるが，対象年次の産業連関表が作成されていることが前提となっているため，TRASが適用可能となるのは，「対象年次の統合表が利用できる場合」という極めて限定的な状況に限られる。基本的に延長推計は対象年次の産業連関表が利用できない場合に行うものであり，特に国際産業連関表の場合は，対象年次の表自体存在しないため，TRASをそのまま適用することは難しいと思われる。

(3) 佐野 (2011; 2017) の方法

実際に延長推計を行う場合に得られる追加的情報は，マクロ経済統計などから得られる農業や製造業といった大雑把な分類での生産額や付加価値額，あるいは特別調査を通じて得られる断片的・部分的な情報であることが多い。佐野 (2011; 2017) は，こうした断片的な情報を，柔軟にRAS法による延長推計に反映させる方法を提示している。

佐野 (2011; 2017) は，①Allen(1974) が提案した特定の取引 (セル) に加え，②産業連関表における一定範囲の取引の情報 (例：部門別輸入総額など) が既知である場合のRAS法を用いた延長推計の方法を提案した。その手順は以下のとおりである。

（ステップ1）

まず，対象年次の国内生産額$\hat{X}(t)$を用いて，（1.5）式に示されるRASの最初のステップにおける中間取引額を推計する。

（1.9）$Z^1 = A^1 \hat{X} = \hat{r}^1 A(0) \hat{X}(t)$

ただし，

Z^1：　RASの最初のステップで推計された中間取引額行列

である。

（ステップ2）

ステップ1で得られた中間取引額行列Z^1に以下の方法で付加的情報を反映させ，修正された中間取引額行列$\tilde{Z}^1$を作成する。

（a）特定の取引（セル）に関する付加的情報が利用可能な場合，当該の取引（セル）を付加的情報に置き換える。

（b）一定範囲の取引の合計値が付加的情報として利用可能な場合，Z^1におけるその範囲の構成比で配分した上で，その情報に置き換える。

（ステップ3）

ステップ2で得られた中間取引額の行列$\tilde{Z}^1$の右から$\tilde{Z}^1$と外生値（部門別の中間投入額合計）の比である修正係数行列$\hat{s}^1$を乗じることにより，修正された中間取引行列Z^2を推計する。

（1.10）$Z^2 = \tilde{Z}^1 \hat{s}^1$

（ステップ4）

（1.10）式で得られた中間取引額の行列Z^2に，ステップ2と同様の方法で付加的情報を反映させ，修正された中間取引行列$\tilde{Z}^2$を作成する。

（ステップ5）

ステップ4で得られた中間取引額の行列$\tilde{Z}^2$の左から$\tilde{Z}^2$と外生値（部門別の中間需要額合計）の比である修正係数行列$\hat{r}^1$を乗じることにより，修正された中間取引行列Z^3を推計する。

(1.11) $Z^3 = \hat{r}^1 \tilde{Z}^2$

以下，同様のプロセスを繰り返すことにより，付加的情報を反映した対象年次の中間取引額が推計される。佐野（2011; 2017）の方法の特徴は，以下のようにまとめることができる。

第1に一定範囲の取引について，すべての取引（セル）に関する情報を得ることができなくても，合計値を得ることができれば，その情報を反映することができる点である。

第2に，付加的情報が利用可能な取引についても，RAS法を適用していることである。(1.3) 式に示されるAllen(1974) の方法では，行列Cにおいて付加的情報が得られる取引（セル）については，行列Eの対応する値はゼロに置き換えられ，RAS法の適用範囲から除外される。佐野（2011; 2017）の方法は，追加的情報が利用可能な部分についてもRAS法を適用することにより，より多くの広い範囲において「広く薄く」誤差を吸収することを意図している。

2-2.　付加的情報を反映したRAS法のパフォーマンス比較

上で紹介した付加的情報の反映方法について，数値例を用いてパフォーマンス比較を試みる。ここでは，情報量の違いによる比較可能性および国際産業連関表への適用可能性に基づいて，Allen(1974) と佐野（2011; 2017）による方法について比較を行う。

検討には，総務省から公表されている2005年と2015年の日本の産業連関表を27部門に統合した表を用いる。すなわち，2005年の構造と2015年の外生値および付加的情報を用いて，2015年の中間取引部分の延長推計を行う。表1-2に示されるとおり，推計方法と情報量が異なる4つのケースについて検討する。

表1-2　付加的情報の反映方法

ケース1	付加的情報を用いない通常のRAS法による延長推計を行う。
ケース2	27部門のうち,「6.化学製品」「7.石油・石炭製品」および「8.窯業・土石製品」の3部門について，2015年の投入構造が利用可能であると仮定して付加的情報として与え,それら3部門の投入構造を除外して,その他の部分にのみRAS法を適用して延長推計を行う（Allen（1974）の方法）
ケース3	27部門のうち,「6.化学製品」「7.石油・石炭製品」および「8.窯業・土石製品」の3部門について，2015年の投入構造が利用可能であると仮定して付加的情報として与えるが,その3部門の投入構造に対してもRAS法を適用して延長推計を行う（佐野（2011, 2017）の方法①）
ケース4	27部門のうち,「6.化学製品」「7.石油・石炭製品」および「8.窯業・土石製品」の3部門について,それぞれ2015年の①「1.農林水産業」および「2.鉱業」からの中間投入額の合計値,②製造業（3～16）からの中間投入額の合計値,③サービス業等（17～27）からの中間投入額の合計値が利用可能であると仮定して付加的情報として与え，RAS法を適用して延長推計を行う（佐野（2011, 2017）の方法②）

（出所）筆者作成。
（注1）部門分類については,章末の付表を参照のこと。
（注2）ケース2～4において,付加的情報が利用可能とする部門や範囲は,比較可能性や延長推計作業の利便性の観点から任意に選択したものである。

表1-2の各ケースはあくまでも任意に設定した一例にすぎないが，特定の部門の投入構造が利用可能であるという状況は，たとえば表の精度に大きな影響を及ぼすいくつかの重要な部門について特別調査を行うことにより，部分的な情報を収集する場合などが考えられる[6)]。表1-2の各ケースを情報量が多い順にランクづけすると，ケース2＝ケース3＞ケース4＞ケース1となる。

表1-2の各ケースについて，それぞれ延長推計を行い，以下の指標を計算して実際の2015年の表との乖離を求めることにより，そのパフォーマンスの評価を行った。

(1.12)　$\mathrm{MAE} = \frac{1}{n^2}\sum_i \sum_j \left|\hat{z}_{ij}(t) - z_{ij}(t)\right|$

…　平均絶対誤差（Mean Absolute Error, MAE）

6）追加的な情報を収集するための産業部門（重要産業）を選定する基準としては，中間投入比率の大きさ（Simpson and Tsukui 1965）や逆行列係数により求められる波及効果（multiplier）の大きさ（Jensen and West 1980）などがある。

（1.13）$\text{MAPE} = \frac{1}{n^2}\sum_i\sum_j\left[\frac{|\hat{z}_{ij}(t)-z_{ij}(t)|}{z_{ij}(t)}\right]\times 100$

… 平均絶対誤差率（Mean Absolute Percentage Error, MAPE）

（1.14）$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n^2}\sum_i\sum_j\left[\hat{z}_{ij}(t)-z_{ij}(t)\right]^2}$

… 平方平均二乗誤差（Root Mean Squared Error, RMSE）

（1.15）$\text{RMSPE} = \sqrt{\frac{1}{n^2}\sum_i\sum_j\left[\frac{\hat{z}_{ij}(t)-z_{ij}(t)}{z_{ij}(t)}\right]^2}$

… 平方平均二乗誤差率（Root Mean Squared Percentage Error, RMSPE）

ただし，

n： 産業部門数（n=13）

i, j： 産業部門（i, j=1,2,…,13）

$\hat{z}_{ij}(t)$：対象年次（t）における（i, j）部門の推計された取引額（推計値）

$z_{ij}(t)$：対象年次（t）における（i, j）部門の実際の取引額（現実値）

である。

（1.12）および（1.13）の指標は推計値の現実値からの誤差の絶対値を用いているのに対し，（1.14）および（1.15）は，誤差を二乗することで，より大きなペナルティを与えている。また，（1.13）および（1.15）は，それぞれ（1.12）と（1.14）の誤差の現実値に対する割合を取ることで現実値からの相対的な乖離を計測している。

表1-3は，上記の乖離指標をそれぞれのケースについて計測した結果を示したものである。いずれの指標についても，その値が大きいほど，実際の2015年表からの乖離が大きく，予測精度が低いことを意味する。

表1-3　乖離指標の計測結果（付加的情報）

	MAE	MAPE	RSME	RMSPE
ケース1（RAS）	24.6268	7.3030	74.9533	57.5780
ケース2（Allen）	22.9051	5.5574	70.9848	53.5121
ケース3（佐野①）	22.8835	5.5573	70.9824	53.5120
ケース4（佐野②）	24.0994	6.7431	73.5445	52.6740

（出所）筆者作成。

表1-3より，情報量や推計方法の違いによる特徴について，以下の諸点を見出すことができる。

第1に，いずれの指標についても標準的なRAS法を適用したケース1よりも現実値（2015年表）からの乖離が小さく，付加的情報を用いた場合の方が，予測精度が改善する傾向があることがわかる。

第2に，ケース2 ～ 4の結果を比較すると，ケース2およびケース3は，RMSPEを除いてはケース4よりも誤差が小さいことがわかる。これは，より詳細な付加的情報を用いた方が，推計精度が向上する傾向があることを示唆していると考えられる。

第3に，外生値に加えて，同じ付加的情報を使用して延長推計を行ったケース2とケース3の指標を比較すると，いずれの指標においてもケース3の方がケース2よりも実際の2015年からの乖離が小さく，わずかではあるが高い予測精度を示しているものの，両者の値にはほとんど差はないことが見て取れる。本章のデータを用いた結果からは，付加的情報を与える部分をRAS法の適用範囲から除外したケース2と，付加的情報を与える部分についてもRAS法を適用し，「広く薄く」誤差を吸収することを意図したケース3の予測精度はほぼ同程度か，あるいはケース3の方が，場合によってはわずかに優れている可能性が示唆された。

第4に，指標の違いによる結果を比較すると，上に述べたケース4のRMSPEを除いては，各ケースの計測結果の大小関係に違いは見られず，絶対差（MAEおよびRMSE）と比率（MAPEおよびRMSPE），また単純差（MAEおよびMAPE）と二乗差（RMSEおよびRMSPE）といった計算方法の違いが結果に及ぼす影響は大きくないことがわかる。

ここで得られた結果は，あくまでも統合された表を用いた一例にすぎず，部門

数や利用可能な付加的情報の多さにより，結果は異なってくる可能性がある。しかしながら，各延長推計方法のパフォーマンス比較の結果からは，通常のRAS法を用いる場合（ケース1）よりも付加的情報を利用して延長推計を行う場合の方が一般的に高い予測精度を確保できることが推測される。また，付加的情報の反映方法については，付加的情報が利用可能な部分についてもRAS法を適用し，「広く薄く」調整を行う佐野（2011; 2017）の方法（ケース3）と，付加的情報が得られる部分についてはRAS法の適用範囲から除外するAllen(1974）の方法（ケース2）が高い予測精度を示す結果が得られた。しかしながら，この2つの方法の優劣（「広く薄く」誤差を吸収することの影響）については，このデータにおいて顕著な違いは必ずしも見出されなかった。

3　マイナス値の処理

RAS法による延長推計に際してのもうひとつの大きな問題が，マイナス値の存在である。RASにおける反復計算（iteration）の収束のためには，その適用範囲の取引がすべて非負である必要があるが，屑・副産物の取り扱いや在庫変動，営業余剰の赤字などにより，産業連関表にはマイナス値が計上されることは一般的にあり得る。これらのマイナス値を放置すれば，RAS法の反復計算（iteration）が収束しなかったり，たとえ収束したとしても結果に大きな歪みを生じる可能性がある。また，ひいては分析のための各種係数が計算できない可能性もある。したがって，何らかの方法でこの問題に対処する必要がある。以下では，その処理方法を簡単に説明した後，日本の産業連関表を用いて処理方法のパフォーマンスを検討する。

3-1.　マイナス値の処理方法

Junius and Oosterhaven(2003）は，マイナス値の処理方法として，以下の2つの方法を挙げている。

(1) マイナス値をゼロに置き換えてRAS法を適用する方法（adapted RAS）

マイナス値を処理する方法として最も単純な方法は，産業連関表に存在するマイナス値をゼロに置き換えてRAS法を適用する方法である（adapted RAS）。Junius and Oosterhaven(2003) は，基準年次の取引を表す行列Aを，①非負値により構成される行列Pと，マイナス値（負値）の絶対値により構成される行列Nに分離し（$A=P-N$)，行列PにのみRAS法を適用して対象年次の構造$\tilde{X}$を推計した後，マイナス値（の絶対値）により構成される行列Nを差し引くことにより，対象年次の構造Xを推計する方法を示している（$X=\tilde{X}-N$)。これは，前節で検討した付加的情報の反映方法で紹介したAllen(1974) の考え方に近い方法と言える。

(2) マイナス値を存置してRAS法を適用する方法（Generalized RAS, GRAS）

Junius and Oosterhaven(2003) は，マイナス値を除外してRAS法を適用する上述の方法には，情報量の喪失を最小限に留めるという点から問題があるとして，マイナス値を存置したままRAS法を適用する方法（Generalized RAS, GRAS）を提案した。表1-1に対応する最適化問題としてGRASを表現すると以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
&\min_{\tilde{z}_{ij}} \textstyle\sum_i \sum_j \left| z(0)_{ij} - \tilde{z}_{ij} \right| \\
&\text{s.t.}\ \textstyle\sum_j \tilde{z}_{ij} = w_i \\
&\qquad \textstyle\sum_i \tilde{z}_{ij} = u_j \\
&\qquad \tilde{z}_{ij} \geq 0 \ \ \forall i,j
\end{aligned}
\tag{1.16}
$$

すなわち，(1.16) においては，マイナス値との乖離も絶対値をとることにより，収束条件が満たされなくなることを回避するとともにマイナス値を含む取引を反映させ，情報量の喪失を最小限に留めることを目的としている。Junius and Oosterhaven(2003) では，3部門からなる仮説的な産業連関表を用いて，GRASとAdapted RASのパフォーマンスを比較し，収束の度合いや情報量の喪

失などの点で，GRASが優れているという結果を報告している。

3-2.　マイナス値の処理によるRAS法のパフォーマンス比較

上で説明したGRASはadapted RASと比較して優れたパフォーマンスを示す可能性があるが，前節で述べた付加的情報の反映方法との併用という点では，GRASはアルゴリズムが非常に煩雑となり，現実的な方法とは言い難い。そこで，アジア表の延長推計を想定し，ここではadapted RASとマイナス値の処理を行わない通常のRAS法との比較を行って，両者のパフォーマンスの比較を行った。データは，前節と同様，27部門に統合した日本の産業連関表を用いて2005年から2015年への延長推計を行った結果を用いる[7)]。

表1-4　乖離指標の計測結果（マイナス値の処理）

	MAE	MAPE	RMSE	RMSPE
RAS	53.14	13.85	159.85	115.79
Adapted RAS	46.16	13.61	153.84	113.82

（出所）筆者作成。

表1-4より，乖離指標の値の差はわずかであり，データによって異なる結果が得られる可能性もあるが，マイナス値を処理しない通常のRAS法を適用した延長表の方が，マイナス値をゼロに置き換えてRAS法を適用して推計した延長表よりも実際の2015年表からの乖離が大きいことがわかる。したがって，日本表を用いた結果からは，adapted RASを適用した方が精度の高い表を推計することができると考えられる。

おわりに

本章では，産業連関表の延長推計方法について先行研究を整理するとともに，

7）27部門表では集計度合いが大きく中間取引部分にマイナス値がほとんど存在しないため，ここでは対象範囲に最終需要や付加価値を含めている。したがって，標準的なRAS法の誤差指標に値も表1-3と表1-4では異なっている。

アジア表の延長推計を行うための望ましい方法について検討を行った。先行研究の整理からは，予測精度や延長推計に必要なデータの制約などから，RAS法が最も現実的な延長推計方法であることを確認した。次いで，延長推計による予測精度の向上に重要な付加的情報の反映方法とマイナス値の取り扱いについて検討した。その結果，付加的情報で置き換える部分に対してもRAS法を適用するとともに, 断片的で大雑把な情報も柔軟に反映させることを可能にする佐野（2011; 2017）の方法がアジア表など国際産業連関表の延長推計には適していることが示唆された。また，マイナス値の処理については，マイナス値をゼロに置き換えてRAS法を適用するadapted RAS法が望ましいことが示唆された。

次章では，本章で検討した方法をアジア国際産業連関表に適用し，直近の延長アジア国際産業連関表を推計する。

〔参考文献〕

〈日本語文献〉

金子敬生 1971.『産業連関の理論と適用』日本評論社.

桑森啓・玉村千治・内田陽子 2020.「アジア国際産業連関表の概要――作成方法と課題」桑森啓編『アジア国際産業連関表の評価と応用可能性』研究双書No.642，日本貿易振興機構アジア経済研究所.

佐野敬夫 2011.「国際産業連関表作成のための情報システム」猪俣哲史・桑森啓・玉村千治編「2005年国際産業連関表の作成と利用（Ⅱ）」アジア国際産業連関シリーズNo. 77: 95-130，日本貿易振興機構アジア経済研究所.

――― 2017.「各国産業連関表の延長推計の方法」桑森啓・玉村千治編『アジア国際産業連関表の作成――基礎と延長』研究双書No.632: 79-122，日本貿易振興機構アジア経済研究所.

宮沢健一著 2002.『産業連関分析入門＜新版＞』日本経済新聞社，2002年6月.

〈外国語文献〉

Allen, R. I. G. 1974. “Some experiments with the RAS method of updating input-output coefficients.” *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 36(3): 215-228.

Allen, R. I. G. and J. R. C. Lecomber 1975. “Some Tests on a Generalised Version of RAS.” In *Estimating and Projecting Input-Output Coefficients*, edited by R. I. G. Allen and W. F. Gossling, Input-Output Publishing Company, London: 43-56.

Almon, C. 1968. “Recent methodological advances in input-output in the United States and Canada,” Paper presented to the Fourth International Conference on Input-Output Techniques, Geneva, January 1968.

Bacharach, M. 1970. *Biproportional Matrices and Input-Output Change*, Cambridge University Press, Cambridge.

Barker, T. S. 1975. "Some Experiments in Projecting Intermediate Demand." In *Estimating and Projecting Input-Output Coefficients*, edited by R. I. G. Allen and W. F. Gossling, Input-Output Publishing Company, London: 57-67.

Canning, P. and Z. Wang 2005. "A Flexible Mathematical Programming Model to Estimate Interregional Input-Output Accounts." *Journal of Regional Science*, 45(3): 539-563.

Deming, W. E. and F. F. Stephan 1940. "On a Least Squares Adjustment of a Sampled Frequency Table with the Expected Marginal Totals are Known." *The Annals of Mathematical Statistics*, 11(4): 427-444.

European Commission 2008. *Eurostat Manual of Supply, Use and Input-Output Tables*, 2008 edition, Eurostat Methodologies and Working papers, Luxembourg.

Friedlander, D. 1961. "A Technique for Estimating a Contingency Table, Given the Marginal Totals and Some Supplementary Data." *Journal of the Royal Statistical Society*, 124(3): 412-420.

Harrigan, F. J., J. W. McGilbray and I. H. McNicoll 1980. "Simulating the Structure of a Regional Economy." *Environment and Planning A*, 2(8): 927-936.

Gilchrist, D. A. and L. V. St. Louis 1999. "Completing Input-Output Tables using Partial Information, with an Application to Canadian Data." *Economic Systems Research*, 11(2): 185-194.

——— 2004. "An Algorithm for the Consistent Inclusion of Partial Information in the Revision of Input-Output Tables." *Economic Systems Research*, 16(2): 149-156.

Ghosh, A. 1964. *Experiments with Input-Output Models: An application to the economy of the United Kingdom, 1948-55*, Cambridge University Press, Cambridge.

Jackson, R. W. and A. T. Murray 2004. "Alternative Input-Output Updating Formulations." *Economic Systems Research*, 16(2): 135-148.

Jensen, R. C. and G. R. West 1980. "The Effect of Relative Coefficient Size on Input—Output Multipliers." *Environment and Planning A*, 12(6): 659-670.

Junius, T. and J. Oosterhaven 2003. "The Solution of Updating or Regionalizing a Matrix with both Positive and Negative Entries." *Economic Systems Research*, 15(1): 87-96.

Lahr, M. L. 2001. "A Strategy for Producing Hybrid Regional Input-Output Tables." In *Input-Output Analysis: Frontiers and Extensions*, edited by M. L. Lahr and E. Dietzenbacher, Palgrave Macmillan, New York: 211-242.

Lecomber, J. R. C. 1964, "A generalization of RAS." Cambridge, Department of Applied Economies, Growth Project Paper, 196.

Lecomber, J. R. C. 1975. "A Critique of Methods of Adjusting, Updating and Projecting Matrices." In *Estimating and Projecting Input-Output Coefficients,* edited by R. I. G. Allen and W. F. Gossling, Input-Output Publishing Company, London: 1-25.

Matuzewski, T. I., P. R. Pitts and J. A. Sawyer 1964. "Linear Programming Estimates of Changes in input-output Coefficients." *Canadian Journal of Economics and Political Science*, 30(2): 203-210.

McMenamin, D. G. and J. E. Haring 1974. "An Appraisal of Nonsurvey Techniques for Estimating

Regional Input-Output Models.” *Journal of Regional Science*, 14(2): 191-205.

Miller, R. E. and P. D. Blair 2009. *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*, Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge.

Morrison, W. I. and P. Smith 1974. “Nonsurvey Input-Output Techniques at the Small Area Level: An Evaluation.” *Journal of Regional Science*, 14(1): 1-14.

Paelinck, J. and J. Waelbroeck 1963. “Etude Empirique Sur L’Évolution Des Coefficients ‘Input-Output’.” *Economie Appliquée*, 16(1): 81-111.

Parikh, A. 1979. “Forecasts of Input-Output Matrices Using the RAS Method.” *The Review of Economics and Statistics*, 61(3): 477-481.

Polenske, K. R. 1997. “Current Uses of the RAS Technique: A Critical Review.” In *Prices, Growth and Cycles: Essays in Honour of András Bródy*, edited by A. Simonovits and A. E. Steenge, Palgrave Macmillan, London, 58-88.

Rey, G. and C. B. Tilanus 1963. “Input-Output Forecasts for the Netherlands, 1949-1958.” *Econometrica*, 31(3): 454-463.

Simpson, D. and J. Tsukui 1965. “The Fundamental Structure of Input-Output Tables: an International Comparison,” *The Review of Economics and Statistics*, 47(4): 434-446.

Stone, R., J. Bates and M. Bacharach 1963. *Input-Output Relationships 1954-1966*, A Programme for Growth 3, Chapman and Hall, London.

Stone, R. and A. Brown 1962. *A Computable Model of Economic Growth*, A Programme for Growth 1, Chapman and Hall, London.

Theil, H. 1967. *Economics and Information Theory*, North Holland, Amsterdam, 1967.

Tilanus, C. B. 1966. *Input-Output Experiments, the Netherlands 1948-1961*, Rotterdam University Press, Rotterdam.

Tilanus, C. B. and G. Rey 1964. “Input-Output Volume and Value Predictions for the Netherlands, 1948-1958,” *International Economic Review*, 5(1): 34-45.

付表　部門分類

部門番号	部門名称
1	農林水産業
2	鉱業
3	飲料・食品
4	繊維製品
5	パルプ・紙・木製品
6	化学製品
7	石油・石炭製品
8	窯業・土石製品
9	鉄鋼
10	非鉄金属
11	金属製品
12	一般機械
13	電子・電気機械
14	情報・通信機器
15	輸送機械
16	その他製造業
17	建設
18	電力・ガス・水道
19	商業
20	金融・保険
21	不動産
22	運輸
23	情報通信
24	公務
25	教育・研究
26	医療・保健
27	その他のサービス