所得分配と経済成長

——最適所得再分配政策に関する研究——

田近栄治

Ⅰ　はしがき

所得分配問題は，相互に密接に関連しあい，しかも明瞭に識別可能な三つの局面を持っている。そして，この三つの局面は「生産—分配—支出」にわたる経済循環の過程の節々で，各節を特徴づけているといえる。こうした三つの局面とは以下のようである。

(1)　財生産にともなう付加価値の配分。

(2)　配分され，各経済主体に帰属した所得の需要の面から経済成長を規定する局面。

(3)　所得分配・再分配の規範的基準の確立およびその適用。

第1の局面は，いわゆる（狭義の）「所得分配問題」で経済循環における「生産—分配」の過程を規定する。次に，第2局面は，「分配—支出」の過程を規定し，そこで規定された支出パターンに基づき次期の生産が規定される。第3局面は，第1，第2局面と比べて規範的性格を持ち，「生産—分配—再分配—支出」に分解された経済循環の各節にわたって経済を規定している。

発展途上国における所得分配問題をこの三つの局面から考える時，もっとも難解な問題は第1局面にあるということは明らかである。これは，限界生産力説なり巨視的分配論なりがはたして発展途上国の所得分配に適用可能かという疑問があるという点にとどまらず，農村における共同体的規制・慣習，都市における各種利権の一部の人々への集中という非市場的な制度的慣行が所得分配を規定している可能性があまりにも強いからである。しかも，各発展途上国について，それぞれの制度的慣行は異なるという点を考慮すると，発展途上国における所得分配問題の第1局面の解明は至難であることがわかる(注1)。

本稿はこうした難解さから，発展途上国における所得分配の第1局面がすでに与えられるものとし，所得分配・再分配が経済成長に与える効果を分析していくことを目的にしている。以下，ごく簡単に本稿の方針をまとめておくことにする。

まず，第Ⅱ節で最適成長理論を援用して所得分配・再分配が経済成長に与える効果を分析しうるモデルをつくる。モデルの要点は，所得階層間の所得再分配を最適成長モデルに明示的に導入することにある。モデルは，閉鎖経済，開放経済の両方を考える。モデルの紹介に続いて，ありうべき分析を想定し，このモデルによって何がわかるか述べる。

次に第Ⅲ節に入り，発展途上国の経済を強く意識した数値を用いて，閉鎖モデルについて分析を行なう。この分析は，ほとんど完全に第Ⅱ節のモデル紹介に沿って，最適所得税率・最適所得分配率の導出，いくつかの変数の感度分析，ノイマン成長率（最大斉一成長率）等について考察を加える。そして，最終章で，モデル分析によって得られた結論の要約およびモデルの問題点の指摘を行なう。

（注1）　石川滋「コミュニティと市場経済の浸透—アジア農業社会の構造差について—」（故村松祐次教授追悼論文集『中国の政治と経済』東洋経済新報社　1974年）129—153ページ，において農村共同体の分類が試みられている。

Ⅱ　モデルの構成

1．閉鎖経済モデル

(1)　閉鎖経済モデルの概要

外国貿易を含まない閉鎖経済において所得分配が経済成長に与える効果をみるために，次のような産業連関モ

デルを用い，これを動学化する。

$$X(t) \geqq AX(t)+F(t) \quad 1-1$$

$$F(t)=C(t)+IN(t) \quad 1-2$$

$X(t)$は，基準時点（ここでは0期）の価格で測られたt期の産出額ベクトル。以下の分析では，2財を想定するので，2次元の非負列ベクトルとなる。Aは，2×2の投入係数行列。しかし，ここで$X(t)$が上のように定義されているため，Aの要素a_{ij}は，基準時点のj財1貨幣単位分を生産するのに必要な投入財（第i財）の価値額を示す。

$F(t)$, $C(t)$, $IN(t)$は，いずれも非負2次元列ベクトル。$F(t)$はt期の最終需要額ベクトルであるが，これは今外国貿易を排除してあるので，1－2式のように$C(t)$（t期の消費額ベクトル）と$IN(t)$（t期の投資額ベクトル）に分けられる。

1－1式は，左辺がt期の各財の総生産額を示し，右辺が各財の総需要額を示す。したがって，この式は，総需要は総生産を上まわってはならないという物理的制約を表わしている。

1－1式に1－2式を代入して，

$$(I-A)X(t)-C(t) \geqq IN(t) \quad 1-3$$

（I：2×2の単位行列）

とすると，左辺は各財の生産より生じる貯蓄額を示し，右辺は各財の投資額であるから，1－3式は，各財への投資は各財生産より生じる貯蓄を上まわってはならないということを表わしている。このように1－1式は，需給制約と解釈することも，貯蓄・投資制約として解釈することもできる。

さて，1－1式，1－2式で示される経済を動学化し，さらに所得分配・再分配過程を明示的に表わすために，$IN(t)$, $C(t)$を次のように表わす。

$$IN(t)=B(X(t+1)-X(t)) \quad 1-4$$

Bは，2×2の資本・産出比行列で，その要素b_{ij}は，基準年次価格でj財1貨幣単位分を生み出すのに必要な第i財の資本額（同じく基準年次の価格で測る）を示す。したがって，1－4式で，$(X(t+1)-X(t))$なるtから$t+1$期への産出額増加に必要な資本額の増加，すなわち必要投資額が求められる。

次に，所得分配・再分配過程をモデルに導入しよう。このために，$X(t)$なる産出額ベクトルから$C(t)$なる消費額ベクトルにいたる以下のような経済過程を考える。

① $VX(t)=Y(t)$ 　1－5

② $\boldsymbol{\alpha}Y(t)=Y_R(t)$ 　1－6

③ $\bar{C}+\boldsymbol{\gamma}Y_R(t)=L(t)$ 　1－7

④ $GL(t)=C(t)$ 　1－8

新たに用いられる記号

V：付加価値行列

$Y(t)$：分配所得ベクトル

$\boldsymbol{\alpha}=\begin{bmatrix}1-\alpha & 0\\ \alpha & 1\end{bmatrix}$：所得移転行列，$\alpha$は所得税率

$Y_R(t)$：再分配所得ベクトル

$\bar{C}$：固定消費支出ベクトル

$\boldsymbol{\gamma}=\begin{bmatrix}c_{\mathrm{I}} & 0\\ 0 & c_{\mathrm{II}}\end{bmatrix}$：限界消費性向行列

c_{I}，c_{II}は所得階層Ⅰ，Ⅱの限界消費性向

$L(t)$：消費支出ベクトル

G：消費支出割合行列

この1－5式～1－8式は，次の①→④の各経済過程に対応したものである。

「$X(t)$（t期の生産）$\xrightarrow{①}$（付加価値の創出および帰属）$\xrightarrow{②}$（再分配政策の導入および再分配された所得の決定）$\xrightarrow{③}$（所得階層別消費支出）$\xrightarrow{④}$ $C(t)$（t期の各財への需要）」

まず，1－5式は，$X(t)$から生じる付加価値の帰属を示している。したがって，付加価値行列V(注1)の要素v_{ij}は，基準時点で測ったj財1貨幣単位の生産のうち第i番目の所得階層に帰属する割合を示している。ここでは，モデルを簡単にするために所得階層を，Ⅰ，Ⅱの二つに分けることにし，以下の分析のために，所得階層Ⅰを高所得グループ，所得階層Ⅱを低所得グループとする。以上より，Vは2×2行列で定義され，すでに定義された行列Aと，以下の関係を持つ。

$$\sum_{i=1}^{2} a_{ij}+\sum_{i=1}^{2} v_{ij}=1 \quad (j=1,\ 2)$$

1－6式は再分配過程に対応し，所得階層Ⅰの所得にαなる税率（正確には所得移転率）がかけられ，この税部分がすべて所得階層Ⅱに帰属することを示している。ここでは，所得移転にともなう行政費用をすべて無視している。こうして決定された再分配所得ベクトルを$Y_R(t)$で表わす。

1－7式は，消費関数を示し，所得階層Ⅰ，Ⅱの再分配所得がそれぞれどれほど消費支出にむけられるかを示している。ここで，ベクトル$\bar{C}$は，所得階層別固定消費額を表わし，行列$\boldsymbol{\gamma}$の要素c_{I}，c_{II}は所得階層Ⅰ，Ⅱの限界消費性向を表わす。所得階層についての定義より，$0 \leqq c_{\mathrm{I}} < c_{\mathrm{II}} \leqq 1$とする。このような消費関数を通じて，再分配所得ベクトル$Y_R(t)$は$L(t)$なる消費支出ベクトル

（階層別）に転化する。

1－8式は，階層別消費支出が各財への消費需要に向けられる過程を示している。ここで，消費支出割合行列Gの要素g_{ij}は，第j所得階層の消費1貨幣単位のうち第i財に使用される割合を示している。したがって，行列Gの要素は非負であり，かつ列和はすべて1である。このようなGを通じて，階層別消費支出ベクトル$L(t)$は，各財への消費需要額を表わすベクトル$C(t)$に転化する。

以上，①→④（1－5式～1－8式）の過程を経る中で$X(t)$は，「分配所得―再分配所得―消費支出」と形を変え，最終的に$C(t)$なる各財への需要ベクトルとなって経済循環に再び登場するのである。

以下の分析で利用しやすいように$C(t)$を$X(t)$の関数として表わすことにする。このために，1－8式に1－5式～1－7式を代入すると，次式を得る。

$$C(t)=G(\bar{C}+\gamma\alpha VX(t)) \qquad 1-9$$

ここで，行列Hを

$$H=\gamma\alpha V \qquad 1-10$$

と定義すると，1－9式は，

$$C(t)=G(\bar{C}+HX(t)) \qquad 1-9'$$

となる。

1－9′式をもってわれわれは，所得分配・再分配過程を明示的にモデルに導入することができた。

モデルの動学化を図った1－4式と所得分配・再分配過程の導入を図った1－9′式を1－2式に代入した後，1－2式をさらに1－1式に代入すると，

$$X(t)\geqq AX(t)+G(\bar{C}+HX(t))+B(X(t+1)-X(t)) \qquad 1-11$$

を得る。適当に移項するとこの式は，

$$(I-A-GH+B)X(t)-BX(t+1)\geqq G\bar{C} \qquad 1-11'$$

となる。1－11′式は，0期の産出額ベクトルである$X(0)$からはじまって経済が成長していく過程で，各期の（0期の価格で測った）産出額ベクトル$X(t)$が満たさなくてはならない必要条件である。

以上で経済循環に関する議論は終わる。われわれは次に，$X(0)$を所与として，1期からT－1期までの産出額ベクトル$X(t)$（$t=1,\cdots,T-1$）が制約条件として1－11′式を満たしつつ，以下の目的関数を最大にする最適化問題を考える。

$$J=\sum_{t=0}^{T}\frac{1'L(t)}{(1+i)^t} \qquad 1-12$$

ただし，$1'=(1,\ 1)$

ここでiは，消費に関する時間選好率であり，1－12式は0期からT期までを政策期間とした時の消費の割引現在価値を示す。$C(t)$を$X(t)$の関数とした要領で1－12式を$X(t)$の関数として表わすと，

$$J=\sum_{t=0}^{T}\frac{1'(\bar{C}+HX(t))}{(1+i)^t} \qquad 1-12'$$

となる。1－12′式において$\sum_{t=0}^{T}\frac{1'\bar{C}}{(1+i)^t}$は定数なので，

$$J=\sum_{t=0}^{T}\frac{1'HX(t)}{(1+i)^t} \qquad 1-13$$

とおいても，最適値を与える$X(t)$の経路は変わらない。

以上をまとめるとわれわれの最適化問題（OPT 1）は，次のようになる。

〔OPT 1〕

$$Max\ J=Max\sum_{t=0}^{T}\frac{1'HX(t)}{(1+i)^t}$$

制約条件

$$\begin{cases}(I-A-GH+B)X(t)-BX(t+1)\geqq G\bar{C} \\ \qquad\qquad (t=o,\cdots,T-1) \\ X(o)=\bar{X}\ (\text{所与}) \\ X(t)\geqq 0 \quad (t=o,\cdots,T)\end{cases}$$

われわれは，この最適化問題を通じて，1－6式で定義された所得税率（所得移転率）αが一度与えられれば，その下でJを最大化する$X(t)$の経路（最適生産経路）および最大化されたJの値を知ることができる。そして，政策変数としてαを0から適当な上限値（たとえば0.6）の範囲でパラメトリックに変化させて，その一つ一つについて，$X(t)$の最適経路および最大化されたJの値を求めることができ，この結果よりJの最大値を最大化するαおよびその時の$X(t)$の経路を知ることができる(注2)。

また，この最適化問題を通じてわれわれは，各所得階層の限界消費性向（c_{I}, c_{II}）や資本・産出比率を要素に持つ行列Bなどが変化した場合，その下で最適生産経路およびJの最大値がどのように変化していくか知ることができる。さらに，この変化した諸変数の値の下で，最適所得税率α（（注2）の記号を用いれば，$\underset{\alpha}{Max}(\underset{X}{Max}\ J(\alpha, X))$を与える$\alpha$のこと）を求めることができる。

目的関数Jに関する以上の分析と比較するために，われわれは制約条件を同一にしつつ，次のような異なった目的関数をおき，その下での最適所得税率を求める。すなわち，

$$J'=\sum_{t=0}^{T}\frac{1'Y(t)}{(1+i)^t} \qquad 1-14$$

$$J''=\sum_{t=0}^{T}\frac{(1,\ \beta)L(t)}{(1+i)^t} \qquad 1-15$$

である。

1—14式の $Y(t)$ は，すでに1—5式で定義したように分配所得ベクトル。したがって，1—14式の分子は t 期の分配国民所得を示す。これより，J' は政策期間にわたる国民所得の現在価値を与える(注3)。J' を最大化する政策は GNP 最大化政策それ自身で，こうした政策と $Max\ J$ を与える政策を比較することは興味深い。

$L(t)$ 同様 $Y(t)$ を $X(t)$ の関数として表わすと，1—5式より，

$$\mathbf{1}'Y(t)=\mathbf{1}'VX(t) \qquad 1-16$$

となる。1—16式を1—14式に代入して，

$$J'=\sum_{t=0}^{T}\frac{\mathbf{1}'VX(t)}{(1+i)^t} \qquad 1-17$$

を得る。

1—15式の右辺の分子は，J の分子と少し異なり，新たに β が入っている。β は所得階層Ⅰ（富者グループ）の人の消費1単位（貨幣単位）を基準として所得階層Ⅱ（貧者グループ）の人の消費1単位に対し政府の与える値で，両階層の消費の社会的価値の比と考えることができる。β の性格より当然 $1\leqq\beta$ と考えられるが，その決定は明示的にせよ暗示的にせよ政府の「価値判断」に帰着する。

ここで，政府の価値判断が明示的場合と暗示的場合をわれわれの最適化問題の中で翻訳すると，明示的な場合は政府が $\beta=1.5$ のように β の値自身を明確にしている場合で，われわれはその下に最適所得税率を求めることになる。他方，暗示的場合は所得税率30％のように，政府がある価値判断の下に得られる結果のみを示している場合で，われわれはそのような結論を正当づける β を求め，その β に政府の価値判断が反映されていると考える。

以上のように目的関数として J', J'' を定義すると，J' は経済のパイの拡大至上主義，J'' は消費の社会的効用の最大化を意味する。そして J'' の場合，β が1より大きくなるにつれ，政府が貧者の消費効用を相対的に高く評価することを意味し，$\beta=1$（消費効用の無差別性）という特殊なケースとして今度は逆に J が定義されうることがわかる。このように，β のとり方を変えることによってわれわれは，経済効率至上主義と比較してさまざまな経済政策の得失を知ることができるのである。

(2) ノイマン成長率と所得分配政策

われわれの関心は，すでに定式化された最適化問題(OPT 1)を目的関数の変更を許しつつ，さまざまな条件の下に解くことにあった。したがって，そこで解かれた解 $\bar{X}(t)$（最適生産経路）が，ターンパイクに対していかなる関係をもつか吟味する必要は全くなかった。

しかし，われわれの最適化問題はいわゆるラムゼイ型の最適成長問題(注4)にほかならず，われわれの定式化におけるノイマン成長率（最大斉一成長率），それにともなうターンパイク経路，を求めることは容易である。

ここで各期の需給が均衡し，しかも毎期の $X(t)$ が一定である $(X(t)=Z)$ 定常状態を考えると，1—11′式は，

$$(I-A-GH)Z=G\bar{C} \qquad 1-18$$

となる。

ここで $(I-A-GH)$ についてサイモン・ホーキンスの条件が成立すれば，

$$Z=(I-A-GH)^{-1}G\bar{C}\,(\geqq 0) \qquad 1-19$$

が求まる。

このような Z に対して，

$$x(t)=X(t)-Z \qquad 1-20$$

を定義し，1—18式を1—11′式より引くと，

$$(I-A-GH+B)x(t)-Bx(t+1)\geqq 0 \qquad 1-11''$$

を得る。1—11″式を等号で成立させる $x(t)$（定常状態をこえる産出額ベクトル）に対して，

$$Bx(t+1)\geqq\lambda Bx(t) \qquad 1-21$$

を満たすスカラー λ（斉一成長率）のなかの最大値をノイマン成長率(λ^*)という。

われわれは，1—18式で $(I-A-GH)$ についてすでにサイモン・ホーキンスの条件を仮定しているので，λ^* は1—21式を等号で成立させることは明らかである(注5)。この時，1—21式を適当に整理して，

$$\frac{1}{\lambda^*-1}x(t)=(I-A-GH)^{-1}Bx(t) \qquad 1-20'$$

を得る。したがって，$\frac{1}{\lambda^*-1}$ は $(I-A-GH)^{-1}B$ の固有値である。しかも，$(A+GH)$ が分解不能ならば，$(I-A-GH)^{-1}>0$。一方，B の任意の列ベクトル b_j について，$b_j\geqq 0$ であるから，$(I-A-GH)^{-1}B>0$ となる。これと，$x(t)\geqq 0$ より $\frac{1}{\lambda^*-1}$ は，実は $(I-A-GH)^{-1}B$ のフロベニウス根であることがわかる(注6)。

われわれは，$(I-A-GH)$ がサイモン・ホーキンスの条件を満たし，かつ $(A+GH)$ が分解不能の時，ノイマン成長率 λ^* を以下のように求めることができる。

$$\lambda^*=\frac{1}{\lambda^{**}((I-A-GH)^{-1}B)}+1 \qquad 1-22$$

ただし，

$\lambda^{**}((I-A-GH)^{-1}B)$ は，$(I-A-GH)^{-1}B$ のフロベニウス根。

ターンパイク経路は，上のフロベニウス根に対応する固有ベクトルとして求めることができる。

以上より，1—22式を用いてわれわれは，最適化問題（OPT 1）で行なったと同様の分析をノイマン成長率，ターンパイク経路についても行なうことができる。

(3) 最適所得分配率の導出

われわれは，以上主として最適所得税率の導出について論じてきた。しかし，ここで興味深い点は，一般に所得税率が決定されると，われわれのモデルでは同時に所得分配率が決定されるという点である。そして，最適所得税率に対応する所得分配率は，その下に目的関数が最大化されるという意味で最適所得分配率ということができる。以下では，所得税率が α で与えられた場合の所得分配率の導出についてまとめておくことにする。

所得税率 α が与えられた時，1—6式で求まる再分配政策後の所得の t 期の各階層別分配率，δ_{I}（第I所得階層の分配率），δ_{II}（第II所得階層の分配率）は，次のように表わすことができる。

$$\delta_{\mathrm{I}}=\frac{(1,\ 0)Y_R(t)}{1'Y_R(t)} \qquad 1—23$$

$$\delta_{\mathrm{II}}=\frac{(0,\ 1)\ Y_R(t)}{1'Y_R(t)} \qquad 1—24$$

ここで1—23式，1—24式の $Y_R(t)$ を1—5式，1—6式を用いて $X(t)$ で表わすと，

$$\delta_{\mathrm{I}}=\frac{(1,\ 0)\ \boldsymbol{\alpha} VX(t)}{1'\boldsymbol{\alpha} VX(t)} \qquad 1—23'$$

$$\delta_{\mathrm{II}}=\frac{(0,\ 1)\boldsymbol{\alpha} VX(t)}{1'\boldsymbol{\alpha} VX(t)} \qquad 1—24'$$

となる。さらに，$\boldsymbol{\alpha}=\begin{vmatrix}1-\alpha & 0\\ \alpha & 1\end{vmatrix}$ に注目して上の2式を書き変えると，

$$\delta_{\mathrm{I}}=\frac{(1-\alpha,\ 0)\ VX(t)}{1'VX(t)} \qquad 1—23''$$

$$\delta_{\mathrm{II}}=\frac{(\alpha,\ 1)VX(t)}{1'VX(t)} \qquad 1—24''$$

となる。

われわれは，この1—23″式，1—24″式を用いて，t 期の所得分配率を所得税率 α と，その下に得られる最適生産経路より直接求めることができる。すでに述べたように，所得税率として最適所得税率を与えた場合，1—23″式，1—24″式は最適所得分配率を示すことになる。

2. 開放経済モデル

貿易を含まない閉鎖経済モデルにおける最適化問題の定式化に続いて，貿易を含み，新たに貿易収支に関する制約条件の加わった状態における最適化問題を定式化していくことにする。

まず，経済循環における制約条件を考える。これは，1—1式，1—2式同様次のように書くことができる。

$$X(t)\geqq AX(t)+F(t) \qquad 2—1$$

$$F(t)=C(t)+IN(t)+E(t)-M(t) \qquad 2—2$$

ここで新しく付け加わった変数は，$E(t)$（t 期の輸出額ベクトル）と $M(t)$（t 期の輸入額ベクトル）で，それぞれ2次元の非負列ベクトルであり，$E(t)$, $M(t)$ とも国内通貨で測られているものとする。

$F(t)$ の構成要素である $C(t)$, $IN(t)$ は，すでに定式化したように，

$$C(t)=G(\bar{C}+HX(t)) \qquad 2—3$$

$$IN(t)=B(X(t+1)-X(t)) \qquad 2—4$$

で与えられる。

新しく付け加わった変数のうち $E(t)$ は，外生的に与えられるものとする。すなわち，

$$E(t)=\begin{pmatrix}E1(t)\\ E2(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(1+g_1)^t\ E1(o)\\ (1+g_2)^t\ E2(o)\end{pmatrix} \qquad 2—5$$

である。2—5式の $E1(t)$, $E2(t)$ は t 期における第1財，第2財の輸出額，g_1, g_2 は外生的に与えられた第1財，第2財の輸出増加率とする。したがって，2—5式は，各財の輸出額が0期から毎年一率に増加していくことを示す。

次に $M(t)$ であるが，$M(t)$ は各財について，中間投入財としての輸入分と投資財としての輸入分と最終消費財としての輸入分との合計からなる。すなわち，

$$M(t)=A^mX(t)+B^m(X(t+1)-X(t))+C^m(t) \qquad 2—6$$

である。ここで，A^m, B^m は輸入財に関する投入係数行列，資本・産出比行列を示している。A^m を〔a^m_{ij}〕とすれば，a^m_{ij} は j 財1貨幣単位生産に必要な第 i 財の輸入額を示している（B^m についても同じ）。$C^m(t)$ は，t 期に消費需要として輸入財をどれだけ需要しているか示している。すでに1—8式で定義された行列 G をつかって，$C^m(t)$ を表わすと，

$$C^m(t)=G^m(\bar{C}+HX(t)) \qquad 2—7$$

となる。ここで，G^mを〔g^m_{ij}〕とすれば g^m_{ij} は第 j 所得階層の人の消費総額のうち第 i 財の輸入品に支払われる割合を示している。

以上2—1式〜2—7式より，

$$X(t)\geqq AX(t)+G(\bar{C}+HX(t))+B(X(t+1)-X(t))+E(t)-\{A^mX(t)+G^m(\bar{C}+HX(t))+B^m(X(t+1)-X(t))\}=A^dX(t)+G^d(\bar{C}+HX(t))+B^d(X(t+1)-X(t))+E(t) \qquad 2—8$$

を得る。ここで，

$$A^d = A - A^m$$
$$G^d = G - G^m$$
$$B^d = B - B^m$$

と定義し，A^d, G^d, B^d は国内財に関する投入係数行列，消費支出割合行列，資本・産出比行列を表わしている。

2―8式を適当に移項して，

$$(I - A^d - G^d H + B^d) X(t) - B^d X(t+1) \geqq G^d \bar{C} + E(t) \qquad 2-8'$$

をうる。これは，閉鎖経済モデルにおける1―11′式に対応することはいうまでもない。

さて次に，貿易に伴う輸出入ギャップの制約を考えることにする。この制約をわれわれは，以下の式で与える。

$$1'(M(t) - E(t)) \leqq N \qquad 2-9$$

N: 外生的に与えられた輸出入ギャップの上限値

2―9式は，各期の輸出入ギャップが外生的に与えられる N をこえてはならないことを意味している。

なお，2―9式を2―6式，2―7式を考慮して書きかえると以下のようになる。

$$1'(B^m X(t+1) + (A^m - B^m + G^m H) X(t) \geqq N - 1'(G^m \bar{C} - E(t)) \qquad 2-9'$$

以上，われわれは開放経済モデルにおける経済循環と貿易収支に関する制約条件を考えてきた。これらの制約条件の下に，われわれは閉鎖経済モデルの時と同じく，消費の割引現在価値を最大化する。開放経済モデルにおける最適化問題(OPT 2)を整理すると次のようになる。

［OPT 2］

$$Max\ J = Max \sum_{t=o}^{T} \frac{1'HX(t)}{(1+i)^t}$$

制約条件

$$\begin{cases} (I - A^d - G^d H + B^d) X(t) - B^d X(t+1) \geqq G^d \bar{C} + E(t) \\ 1'(M(t) - E(t)) \leqq \bar{N} \\ \qquad (t = o, \cdots, T-1) \\ X(o) = \bar{X} \text{（所与）} \\ X(t) \geqq 0 (t = o, \cdots, T) \end{cases}$$

目的関数は，閉鎖経済モデルにおける最適化問題と同じ関数を用いたが，これは消費である以上，各所得階層にとって国産品も輸入品も無差別であることによっている。

この最適化問題について，閉鎖経済における最適化問題と同じく，最適所得分配率およびその時の最適生産経路を求めることができる。特に，開放経済モデルにおける最適化問題では，発展途上国の貿易の二重的性格（輸入依存度の高い工業財と一次産品のような純粋国内財の並存）および高所得階層の輸入財選好等発展途上国独自の経済構造をモデルに的確に反映させることができる。

また，閉鎖経済モデルにおける最適化問題で考えたように，目的関数 J に代わって，GNP の最大化を志向する目的関数 J'（1―14式参照）や消費の社会的効用の最大化を図る目的関数 J''（1―15式参照）を採用することによって，われわれは経済政策相互間の得失を知ることができる。

以上，この最適化問題を利用して行なうことができる分析方法をいくつか考えたが，要は分析を行なう者が対象とする経済の何を知りたいかである。以下，次章では発展途上国の経済を強く意識した数値を採用し，閉鎖経済モデルにおける最適化問題を活用して最適所得税率を求めていくことにする。この計算の過程で，われわれは第II所得階層（貧者グループの）限界消費性向(c_{II})や資本・産出比行列(B)の変化が目的関数および最適生産経路に与える効果をみていくことにする。

（注1） 普通，産業連関表では，V は所得階層別ではなく，機能的分類による付加価値の帰属を示している。ここでは，利潤はすべて個人所得に還元されると仮定し，V を所得階層別に構成した。

（注2） このように α をこの最適化問題の制御変数と考えれば，$J = J(\alpha, X)$，ただし，$X = (X(1), X(2), \cdots, X(T))$，となり，$J$ は α と X の関数として表わされる。われわれは，政策期間にわたって α は一定であるという強い条件の下に，$\underset{\alpha}{Max}(\underset{X}{Max} J(\alpha, X))$，を与えるような α を求めるわけである。

（注3） 目的関数が J' で与えられる場合，i は消費にともなう時間選好率ではなく，明らかに政府がその国民の所得に対して持つ時間選好率で，いわゆる「社会的時間選好率」である。この時間選好率は，必ずしも個人の時間選好率とは等しくない。しかし，ここでは議論がいたずらに複雑になるのを避けるため，両時間選好率が等しいとした。社会的時間選好率については，Marglin, S. A., "The Social Rate of Discount and the Optimal Rate of Investment," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 77, No. 1, 1963., pp. 95―111, をみよ。

（注4） 二階堂副包『数理経済学入門』日本評論社 1971年 第4章 141―218ページをみよ。

（注5） 内田・辻村・宮沢・宮下編『近代経済学講座』（計量分析編3）有斐閣，1967年，265―268ページをみよ。

（注6） $\frac{1}{\lambda^* - 1}$ がフロベニウス根でなければ，$x(t)$ のうち一つは負となり $x(t) \geqq 0$ を満たさなくなってしまう。

III　数値例による分析

1．使用する数値の性格

本章では発展途上国経済を想定した数値を用い，閉鎖経済モデルにおける最適所得税率を導出する。また，この分析の過程でいくつかの変数の変化が経済成長に与える効果をもみていくことにする。

使用する数値

$A=\begin{pmatrix}0.2 & 0.1\\0.1 & 0.5\end{pmatrix}$（投入係数行列）

$B=\begin{pmatrix}1.5 & 0.2\\0.6 & 1.5\end{pmatrix}$（資本・産出比行列）

$V=\begin{pmatrix}0.5 & 0.25\\0.2 & 0.15\end{pmatrix}$（付加価値行列）

$G=\begin{pmatrix}0.6 & 0.2\\0.4 & 0.8\end{pmatrix}$（消費支出割合行列）

$\bar{C}=\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$（固定消費支出ベクトル）

$c_{\mathrm{I}}=0.3,\ c_{\mathrm{II}}=0.8$（所得階層 I，II の限界消費性向）

$i=0.07$（割引率）

$T=10$（政策期間）

$X(o)=\begin{pmatrix}40\\80\end{pmatrix}$（生産の初期条件）

このデータを与えるにあたって筆者は，発展途上国にみうけられる二つの点に注意した。第1は，生産する財が工業品と農産品に大別され，工業品の生産にともなう付加価値率は高く，その反面農産品の付加価値率は低いという点である。この点は，行列Vによって表わされ，1財（工業品），2財（農産品）の付加価値率は0.7，0.4と1財の方が高くなっている。注意の第二点は，所得分配についてであるが，富者グループを示す所得階層 I と貧者グループを示す所得階層 II の間にかなりの所得格差があるということである。そして，二つのグループの嗜好する財についても，富者グループは相対的に工業品をより選好し，貧者グループはほとんど農産品しか購入できないという点も無視できない。こうした諸点は，各所得階層の限界消費性向の差および消費支出割合のパターンのちがいによって表わされている。

このほか投入係数行列A，資本・産出比行列Bの構成も重要であるが，一応ここでは各財の生産にとってそれぞれみずからの財の投入（工業品生産には工業品という具合に）が他の財の投入より大きな比率をしめるようにしてある。しかし，行列Bについては分析の過程でいくらか数値を入れかえ，行列Bの変化の体系に与える効果をみていくことにする。なお，すでに述べたように（II節1．参照），私的時間選好率と政府の社会的時間選好率は等しく，7％とおいた。政策期間は0年からはじまって10年目（期首）までであり，0期における1財，2財の生産額はそれぞれ40と80である。

2．最適化問題（OPT 1）の解法について

II節で定式化した最適化問題（OPT 1）は，以下のようであった。

〔OPT 1〕

$$Max\ J=Max\sum_{t=o}^{T}\frac{\boldsymbol{\mu}'X(t)}{(1+i)^t}$$

制約条件

$$\begin{cases}(I-A-GH+B)X(t)-BX(t+1)\geqq G\bar{C}=\begin{pmatrix}G\bar{c}(1)\\G\bar{c}(2)\end{pmatrix}\\ \qquad\qquad\qquad\qquad (t=o,\cdots,\ T-1)\\ X(o)=\bar{X}=\begin{pmatrix}\bar{X}1\\\bar{X}2\end{pmatrix}\ \text{（所与）}\\ X(t)\geqq 0\,(t=o,\cdots\cdots,\ T)\end{cases}$$

ここで説明の便宜上，目的関数の分子は，

$$\begin{cases}\mathbf{1}'HX(t)=\boldsymbol{\mu}'X(t)\\ \boldsymbol{\mu}'=(\mu_1,\ \mu_2)\end{cases}$$

と書きかえてある。

この問題は，制約条件として不等号のついた定差方程式を持つ線型計画問題にほかならない。しかし，このままの形では，通常の線型計画問題の型になっていないので，次のようにこの問題を第1表になおすことにする。こうすると，この問題がごく普通の線型計画問題にほかならないことがわかる。

この表は，表頭に構造変数として各期・各財の生産額$X(t)$をとる。ただし，$X(t)$はt期の1財，2財の生産額を要素に持つベクトルなので，その要素を1財，2財の順に$X1(t)$，$X2(t)$と表わし，それらを0期から10期までならべる。$X(t)$の次に，制約式に課せられた符号をおく。最後は，制約式の上限なり下限なりを示す制約値をおく。

表側は二つに分かれ，一つは目的関数，他は制約式である。OPT 1では，目的関数は，

$$J=\sum_{t=o}^{T}\frac{\boldsymbol{\mu}'X(t)}{(1+i)^t}=\sum_{t=o}^{T}\frac{\mu_1X1(t)}{(1+i)^t}+\sum_{t=o}^{T}\frac{\mu_2X2(t)}{(1+i)^t}$$

となるので，表の目的関数Jの行には，各$X1(t)$，$X2(t)$の係数をおく。制約式は，実は各期各財ごとに与えられていることは明らかであるので(注1)，その各々の式について目的関数の場合と同じく$X1(t)$，$X2(t)$の係数をおく。表では，

$$I-A-GH+B=W=\begin{pmatrix}w_{11} & w_{12}\\w_{21} & w_{22}\end{pmatrix}$$

と定義して，Wを用いている。

このように制約式を表わすと，初期条件$X1(0)=\bar{X}1$は，表のように$X1(0)$の係数のみ1，あとは0，符号は＝，

第1表　最適化問題OPT1の係数表

			構造変数											符号	制約値
			$X1(0)$	$X2(0)$	$X1(1)$	$X2(1)$	$X1(2)$	$X2(2)$	……	$X9(1)$	$X9(2)$	$X10(1)$	$X10(2)$		
目的関数 J			μ_1	μ_2	$\frac{\mu_1}{1+i}$	$\frac{\mu_2}{1+i}$	$\frac{\mu_1}{(1+i)^2}$	$\frac{\mu_2}{(1+i)^2}$	……			$\frac{\mu_1}{(1+i)^{10}}$	$\frac{\mu_2}{(1+i)^{10}}$		
制約式	期	財													
	初期条件		1											$=$	$\bar{X}1$
	初期条件			1										$=$	$\bar{X}2$
	0	1	w_{11}	w_{12}	$-b_{11}$	$-b_{12}$								$\geqq$	$G\bar{c}(1)$
	0	2	w_{21}	w_{22}	$-b_{21}$	$-b_{22}$								$\geqq$	$G\bar{c}(2)$
	1	1			w_{11}	w_{12}	$-b_{11}$	$-b_{12}$						$\geqq$	$G\bar{c}(1)$
	1	2			w_{21}	w_{22}	$-b_{21}$	$-b_{22}$						$\geqq$	$G\bar{c}(2)$
	⋮	⋮													
	9	1								w_{11}	w_{12}	$-b_{11}$	$-b_{12}$	$\geqq$	$G\bar{c}(1)$
	9	2								w_{21}	w_{22}	$-b_{21}$	$-b_{22}$	$\geqq$	$G\bar{c}(2)$

制約値は $X1$, の一つの制約式にほかならないことがわかる。そのほかの制約式についても作り方は，$X(0)=\bar{X}$ の場合と同じだが，各期ごとに２本の制約式に分解されて，符号は$\geqq$，制約値は $G\bar{c}$ の各要素($G\bar{c}(1)$, $G\bar{c}(2)$)となることがわかる。

このように問題を表にまとめると，この問題は「制約式22本，変数22個，制約符号$=$，$\geqq$の混合」の線型計画問題であることはもはや明らかである。この問題の最適解が，制約式の符号がすべて等号の下で与えられるという保証がない限り，われわれはこの問題を線型計画問題として解くことになるのである。以下の分析は，解析的にではなく，もっぱらこの線型計画問題の解を数値的に求めることによって進めていく[注2]。

3．$Max\ J'$ の α, $c_{\rm II}$ に対する変化

$Max\,J$（消費の割引現在価値の最大化）で与えられる最適化問題[注3]における最適所得税率 α^* を考えていく前に，$Max\,J'$(国民所得の割引現在価値の最大化)の下の最適所得税率 α^{**} を考えていくことにしよう。これは，$Max\ J'$ の下の分析の方がはるかに容易だからである。

$MaxJ'$ で与えられる最適化問題の最適所得税率 α^{**} とは，$MaxJ'$ の最大値を与えるような所得税率 α のことである。すでにII節1.の（注2）で述べたように，政府にとって $MaxJ'$ にあたって α が政策(制御)変数であるという意味で，$J'=J'(\alpha,\ X)$ と表わせば，α^{**} は次式を満足する。

$$\underset{\alpha}{Max}(\underset{X}{Max}J'(\alpha,X))=J'\left(\alpha^{**},X_{\alpha^{**}}^{**}\right) \qquad 3-1$$

ここで，$X_{\alpha^{**}}^{**}$ は，$\alpha=\alpha^{**}$ の下に $Max\,J'$ を解いて得られる最適生産経路を表わす。

以下では，α を 0 からある適当な値まで変化させ，$\underset{X}{Max}J'(\alpha,X)$ がどのように変化するか検討し，３―１式を満たす α^{**} を求める。次に $c_{\rm II}$ の変化に対する $MaxJ'$ の変化を考察する。

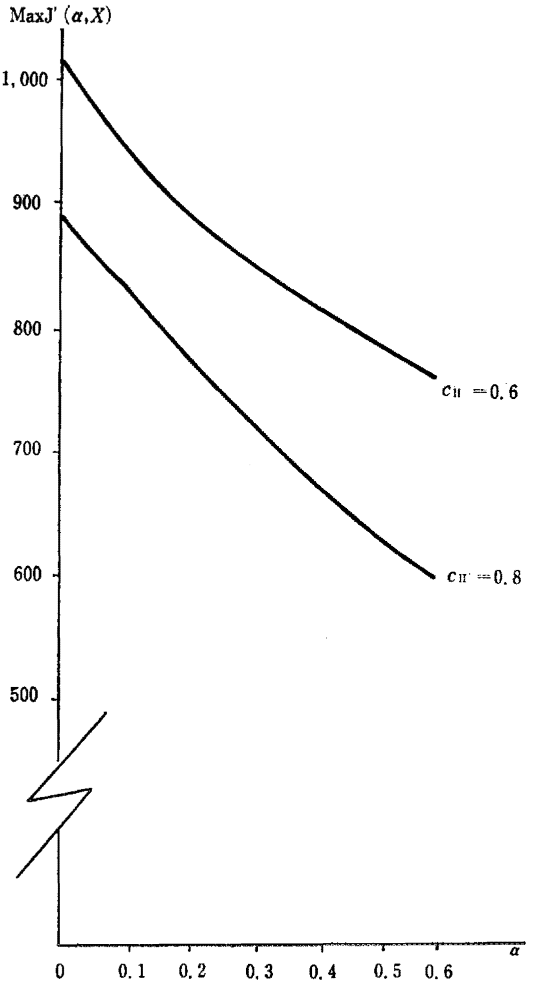
まず第１図であるが，これは α が0から0.6まで変化するにつれ $MaxJ'(\alpha,\ X)$ がとる値の軌跡である。ここで，α の上限を0.6ととったのは，現実問題として60%をこえる所得税率はほとんどありえないということによる。さて，第１図に明らかなように，$Max\ J'\ (\alpha,\ X)$ は $c_{\rm II}=0.6$, $c_{\rm II}=0.8$ いずれについても，α について単調減少関数であることがわかる。$MaxJ'(\alpha,\ X)$ のこの性質は，α の増加による消費支出の増加($c_{\rm I}<c_{\rm II}$ による)が貯蓄の減少を招き，これが投資可能額を縮小し，次期以降の国民所得を α の増加する前の水準より下げるために生じる。したがって，任意の $c_{\rm II}$ $(0\leqq c_{\rm I}<c_{\rm II}\leqq 1)$ について，$MaxJ'\ (\alpha,\ X)$ は α について減少関数であり，3―1式は，

$$\underset{\alpha}{Max}(\underset{X}{Max}J'(\alpha,X))=J'(0,\ \underset{0}{X^{**}}) \qquad 3-2$$

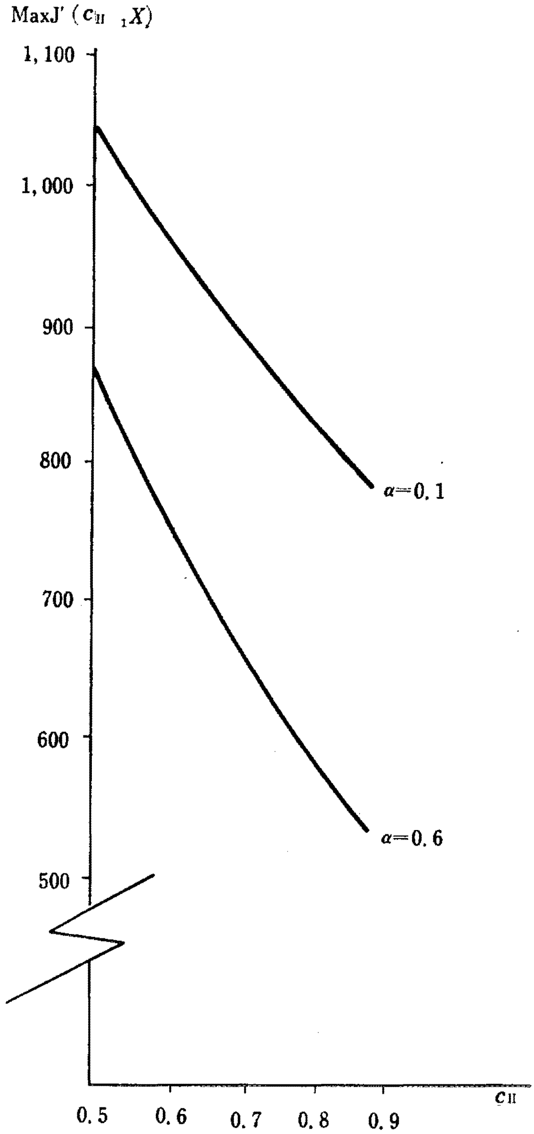
となる。３―２式より，この場合の最適所得税率 α^{**} は，0 であることがわかる。

次に，$Max\,J'$ において α をあらかじめ与えておき，この下に $c_{\rm II}$ を変化させた場合の $Max\ J'$ の軌跡をとってみよう。今度は，J が $c_{\rm II}$ の関数となるので，$Max\ J'$ を $Max\ J'\ (c_{\rm II},X)$ と表わす。結果は，第２図のとおりである。ただし，ここでは $c_{\rm II}$ を0.5から0.9の範囲で動かしてみた。この図より，$\alpha=0.1$, $\alpha=0.6$ のいずれについても，$Max\ J'\ (c_{\rm II},\ X)$ は，$c_{\rm II}$ について単調減少していることがわかる。$Max\ J'(c_{\rm II},\ X)$ のこの性質

第1図　α に対する $Max\ J'(\alpha,\ X)$ の変化



第2図　c_{II} に対する $Max\ J'(c_{\text{II}},\ X)$ の変化



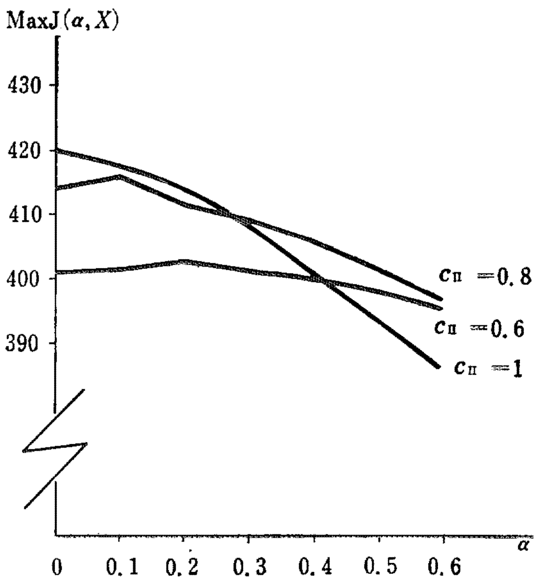
は，$Max\ J'(\alpha,\ X)$ の α に対する単調減少性と全く同じ理由から生じ，$0 \leqq c_{\text{I}} < c_{\text{II}} \leqq 1$ の条件の下では，α のとりうるすべての値について $Max\ J'(c_{\text{II}},\ X)$ は c_{II} について単調減少である。

このように $Max\ J'$ の α，c_{II} に対する変化はきわめて明確で，$0 \leqq c_{\text{I}} < c_{\text{II}} \leqq 1$ の下では，α，c_{II} それぞれについて $Max\ J'$ は単調減少を示すと推測できる。したがって，全く当然ではあるが，目的関数として J' をとりその最大化を図った場合，所得税率が低ければ低い程，そして第2所得階層（貧者グループ）の限界消費性向が下がれば下がるほど，$Max\ J'$ は大きくなっていくことがわかった。

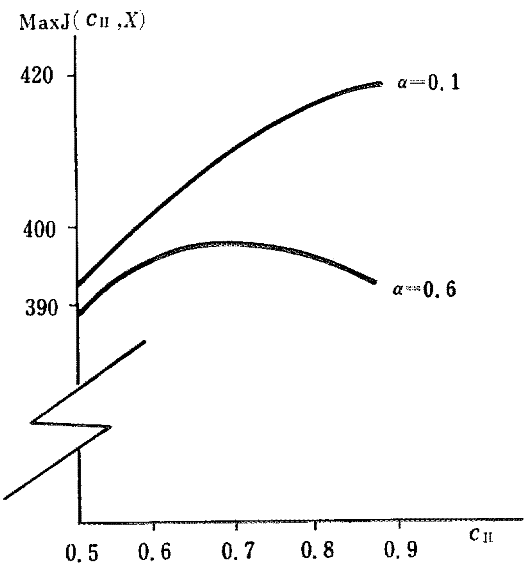
4. *Max J* の α，c_{II} に対する変化

$Max\ J'$ の α，c_{II} に対する変化に比べ，$Max\ J$ の α，c_{II} に対する変化はもう少し複雑である。ここでは，$Max\ J'$ の場合と同じく，まず最適所得税率 α^* の導出から始めていくことにしよう。第3図は，$MaxJ(\alpha,\ X)$ について，第1図と同じことを試みたものである。第3図からただちに明らかなように，$Max\ J(\alpha,\ X)$ は α について必ずしも単調減少ではなく，c_{II} の水準によって単調減少であったり，凸型であったりする（c_{II} をなお下げていくと，$Max\ J(\alpha,\ X)$ は，$0 \leqq \alpha \leqq 0.6$ の範囲で単調増

第3図　α に対する $Max\ (\alpha,\ X)$ の変化



第4図　c_{II} に対する $Max\ J(c_{\text{II}},\ X)$ の変化



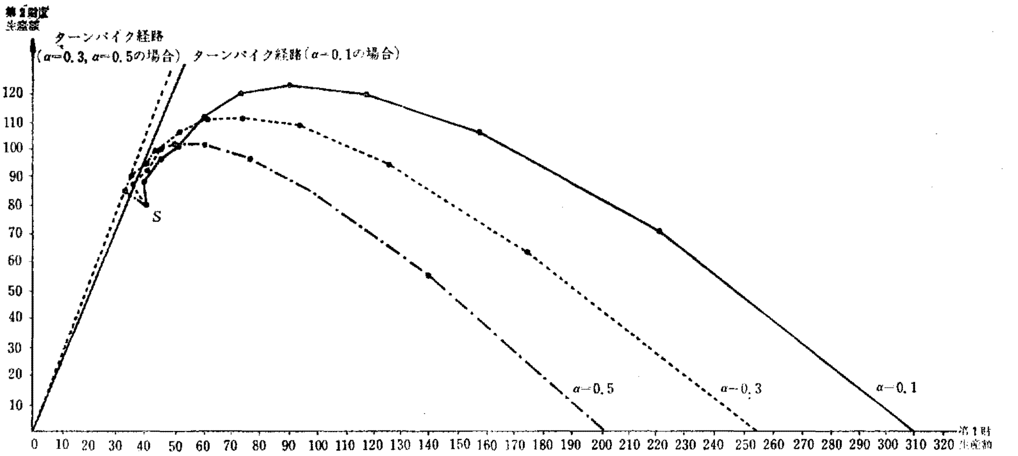
加することもありうる）。このことから，$Max\ J$ で与えられる最適化問題において，最適所得税率 α^* は一義的に決定されず，c_{II} の水準にしたがって，さまざまな値をとることがわかる。たとえば，第3図より明らかなとおり $c_{\text{II}}=1$ (注4) では $\alpha^*=0, c_{\text{II}}=0.8$ では$\alpha^*=0.1, c_{\text{II}}=0.6$ では $\alpha^*=0.2$ と推定される。

$Max\ J(\alpha,\ X)$ の α に関するこのような性質は，α の増加が一方で消費を増加させる($c_{\text{I}}<c_{\text{II}}$) 反面，貯蓄を減少させ(この結果，投資可能額を縮小させ)，次期以降の国民所得を α の増加する前の水準よりおし下げるため生じる。α 増加のもつ，所得再分配を通じる消費増加効果と，国民所得の減少を通じる消費減少効果の二つの効果が正に相互背反し，c_{II} の水準にしたがい，$Max\ J(\alpha,\ X)$ はさまざまな曲線を描くのである。すなわち，$c_{\text{II}}=1$ のように非常に c_{II} が高い場合は，α の増加にともない上の二つの効果のうち消費減少効果の方が強く，$Max\ J(\alpha,\ X)$ は α について単調減少する。しかし，$c_{\text{II}}=0.8$ ($c_{\text{II}}=0.6$) の場合は，$0\leqq\alpha\leqq0.1\ (0\leqq\alpha\leqq0.2)$ では消費増加効果の方が強く $0.1<\alpha\leqq0.6\ (0.2<\alpha\leqq0.6)$ では消費減少効果の方が強い。従って，$Max\ J\ (\alpha,\ X)$ は凸型になる。

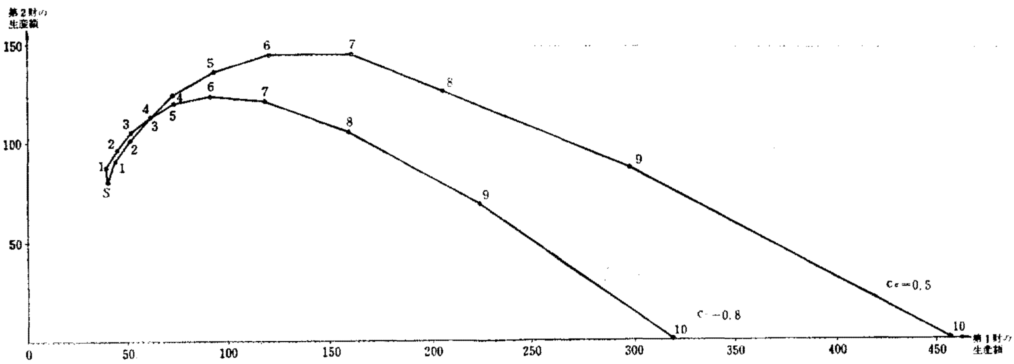
さて次に，第2図で試みたと同じく，$MaxJ$ の c_{II}に対する変化をみていくことにする（この場合，$Max\ J$ は c_{II} によって決定されるという意味で $Max\ J\ (c_{\text{II}},\ X)$ と表わす)。第4図に明らかなように，c_{II} に関する $Max\ J\ (c_{\text{II}},\ X)$ の形状は c_{II} の全領域にわたって単調変化ではなく，α の水準によってさまざまな変化をする。$Max\ J\ (c_{\text{II}},\ X)$ の c_{II} に関するこのような性質は，$Max\ J(\alpha,\ X)$ の α に関する性質と全く同じく，c_{II} の増加が一方で一時的な消費増加効果を持つ反面，国民所得の減少を通じる消費減少効果をも同時に持つためである。このため，$\alpha=0.1$ のように所得税率が低い場合は，c_{II} の増加にともない二つの効果のうち，消費増加効果の方が強く現われるが，$\alpha=0.6$ のように α が上っていくと，$0.5\leqq c_{\text{II}}\leqq0.7$ では消費増加効果が強いが，$0.7<c_{\text{II}}\leqq0.9$ では消費減少の効果の方が強くなる。

以上第3図，第4図では $Max\ J$ の α, c_{II} に対する変化を追ってきたが，今度は $Max\ J$ を与える $X(t)$ の経路(最適生産経路)をみていくことにしよう。第5図は，第3図に対応したもので，$c_{\text{II}}=0.8$ の下の各 α に対する最適生産経路を表わしている。この図より，α の増加にともない最適生産経路は初期状態 S を出発して総生産額に対する第2財の生産比率を上げる方向にシフトしていくことがわかる。このことは，所得税率を上げるにともない第2財(すなわち，所得第Ⅱ階層が強い嗜好を持つ財)の生産比率が上がっていくことを示している。α の増加は，このような生産パターンの変化を引き起こす。こうした変化と同時に，α が増加していくと，$0<t\leqq10$ の任意の t について生産総額は減少していく。第5図のケースでは，たんに生産総額のみならず，第1財，第2財それ

第 5 図　*Max J* を与える生産の経路（最適生産経路）$c_{II}=0.8$）



第 6 図　*Max J* を与える生産の経路（最適生産経路）（$\alpha=0.1$）



ぞれの生産財が減少している。すなわち，ここで一般に $\alpha=\xi$ における最適生産額ベクトル $X(t)$ を $X(t)_{\alpha=\xi}$ と表わすと，

$0<t<10$ では，

$$X(t)_{\alpha=0.5}<X(t)_{\alpha=0.3}<X(t)_{\alpha=0.1} \qquad 3-2$$

$t=10$ では，$X(10)=\begin{pmatrix}X1(10)\\X2(10)\end{pmatrix}$ と表わすと，

$$\left.\begin{array}{l} X1(10)_{\alpha=0.5}<X1(10)_{\alpha=0.3}<X1(10)_{\alpha=0.1}\\ X2(10)_{\alpha=0.5}=X2(10)_{\alpha=0.3}=X2(10)_{\alpha=0.1}\end{array}\right\} \qquad 3-3$$

となっている。このようにαの変化は，最適生産経路に対して生産パターン，生産額の面できわめて顕著な効果を持っているといえる。

なお，第5図では参考のために別途求めたターンパイク経路を書き込んでおいたが，最適生産経路は1期，2期の間ターンパイク経路に漸近し，それ以降しだいに遠ざかっていく。また，ターンパイク経路上の第1財と第2財産出額の比[注5]（すなわちターンパク経路の傾き）は，αの増加にしたがって大きくなっていく（第2財の生産割合の増加）。

第5図に続いて第6図は，第4図に対応して $\alpha=0.1$ の下の各 c_{II} ($c_{II}=0.5$, 0.8) に対する最適生産経路を表わしている。この場合も，第5図の場合と全く同様に，c_{II} の変化は最適生産経路に対して，生産パターン，生産額の二面においてきわめて著しい効果を持つことは明らかである。第6図のケースでは，c_{II} の減少は生産パターンにおいては，第2財の生産割合の減少，各期の生産額においては，3—2式，3—3式で示される変化を引き起こしている。

5．社会的公正基準の適用

Max J で与えられる最適化問題において，われわれは他の条件が不変の時，c_{II} の増加にともない，最適所得税率 α^* が0に収束することを知った（第3図，$c_{II}=1$ のケースを参照のこと）。

しかし，ここで注意すべき点は，上の分析で得られる

最適所得税率 α^* は，たんに目的関数として J（消費の割引現在価値）の最大化をとった場合「最適」であるにすぎないという点である。そして，J のなかには所得再分配にあたり政府の持つ社会的公正基準が含まれていない。したがって，経済効率のみを問題にするのではなく広く社会公正の観点から最適所得税率を導出するためには，J にかわって政府の社会的公正基準をなんらかの形で明示的に導入した目的関数を用いなくてはならない。

そこで，われわれは政府の社会的公正基準が所得階層別消費支出のウェイト付けで与えられるものとしよう。そして，このような社会的公正基準を含む目的関数として J''（1—15式およびその解説を参照のこと）を用いることにする。

第7図は，$c_{\text{II}}=0.8$ の下に，$MaxJ''(\alpha, X)$ を $\beta=1$, $\beta=1.3$, $\beta=1.5$ の三つの場合について図示したものである。1—15式の J'' に関する解説で明らかなように，β は第Ⅰ所得階層（富者グループ）の人の消費1単位を基準として所得第Ⅱ階層（貧者グループ）の人の消費1単位に対して政府が与える値で，当然 $\beta \geqq 1$ と考えられる(注6)。この図より明らかなように，$\beta=1$ から $\beta=1.5$ へと，β が増加していくにつれ，$Max\ J''(\alpha, X)$ は，$0 \leqq \alpha \leqq 0.6$ の範囲で凸型の曲線から単調増加曲線に転じる。すなわち，$\beta=1$, $\beta=1.3$ では $Max\ J''(\alpha, X)$ は凸型の曲線で，最適所得税率は，それぞれ0.1, 0.5 の近傍，$\beta=1.5$ では $Max\ J''(\alpha, X)$ は単調増加曲線で，最適所得税率は 0.6（α の上限値）となる。

このように，一度社会的公正基準を所得再分配政策に導入することによって，$Max\ J''$ の下の最適所得税率 α^{***} は，$Max\ J$, $Max\ J'$ の下の最適所得税率 α^*，α^{**}（$=0$）とはきわめて異なる値をとることがわかった。また，β の定義から自明なことではあるが，β の増加にともない所得再分配政策の成長抑制効果が消費の社会的効用の増加によって相殺され，α^{***} はしだいに増加していく。

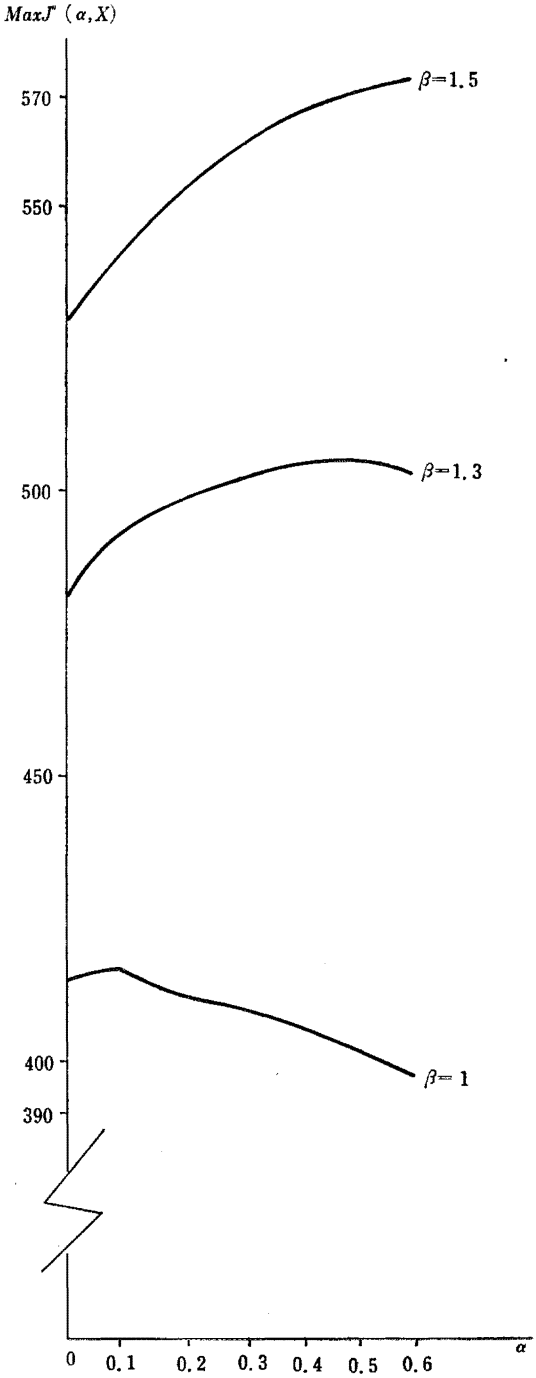
われわれはさらに，以上の分析を用いて社会的公正基準に立脚した所得再分配政策の実施にともなう機会費用を求めることができる。すぐ上で定義した α^*, α^{**}, α^{***} を用いるとこの機会費用は以下のとおりである。

$$\underset{X}{Max}J(\alpha^*, X) - \underset{X}{Max}\ J(\alpha^{***}, X) \qquad 3-4$$

$$\underset{X}{Max}\ J'(\alpha^{**}, X) - \underset{X}{Max}\ J'(\alpha^{***}, X) \qquad 3-5$$

3—4式は，社会的公正基準に立脚した所得再分配政策を行なったことによる消費価値の減少，3—5式は同政

第7図 α に対する $Max\ J''(\alpha, X)$ の変化（$c_{\text{II}}=0.8$）



第２表　$\tilde{B}$ の下の最適生産経路

生産額＼時期	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
第１財	40	43.40	50.18	57.92	66.50	75.41	83.50	88.22	84.41	61.73	0	ただし
第２財	80	93.75	110.02	130.52	156.99	192.35	241.67	314.04	426.09	608.73	919.95	$\alpha=0.1$
第１財	40	38.34	43.31	48.86	54.84	60.86	66.01	68.42	64.31	46.28	0	ただし
第２財	80	92.25	105.5	121.78	142.28	169.0	205.42	257.80	337.6	466.17	683.5	$\alpha=0.3$

策による GNP の減少を意味している。言いかえれば，政府は社会的公正基準に立脚して所得再分配政策を行なうと，消費ターム，および GNP タームでみて３－４式，３－５式分の価値を失うというわけである。

以上われわれは，社会的公正基準について政府が明示的価値判断を下した時に最適所得税率 α^{***} がどのような値をとるかみてきた。しかし，現実の政策決定において政府がみずからの価値判断を明確に示すことはまれである。上の例でいえば，$\beta=1.5$ ということは富者の消費１単位に対し，貧者のそれは1.5倍の価値があるということになり，このような直接的判断を明らかにすると政府は，富者・貧者の両グループから $\beta=1.5$ の正当性をめぐって批判をうけることになりかねない。

そこで多くの場合政府は，現実の政策決定においてみずからの価値判断を明確にせず，結果として採用した政策をもってその価値判断を暗示的間接的に示すことになる。所得再分配政策の場では，この暗示的価値判断は，政府が採用する所得税率の水準，たとえば50％等，によって与えられる。そして，政府は社会公正の観点より所得税率は50％と決定したというのみで，その背後にあるみずからの価値判断を明らかにしない。

こうした通常の政策決定の場において，実はわれわれの分析は政府の価値判断を知る上で有効なのである。上の例のように，政府が50％の所得税率の採用を決定したとしよう。われわれはこの時，β を適当に動かし，次式を成立させるような β^{**} を求めることができる。

$$\underset{\alpha}{Max}(\underset{X}{Max}\ J''(\alpha,\ \beta^{**},\ X))=J''(0.5,\ \beta^{**},\ X^{***}_{0.5}) \qquad 3-6$$

ここで，$X^{***}_{0.5}$ は，$\alpha=0.5$，$\beta=\beta^{**}$ の下に $Max\ J''$ を解いて得られる最適生産経路を表わす。

第７図より明らかなように3―6式を満たす β^{**} は 1.3 である。β をこのような値にとると，社会的公正基準を含む目的関数はちょうど $\alpha=0.5$ で他のいかなる $\alpha(0\leqq\alpha\leqq0.6)$ に対してよりも，より高い値をとることができる。したがって，政府の社会的公正基準が目的関数 J'' で表現されうるとすれば，われわれは $\alpha=0.5$ が採用された背後に暗示的にではあるが $\beta=1.3$ という価値判断がひそんでいたと結論することができるのである。このような分析を通じてわれわれは，所得再分配政策の背後にある政府の社会公正に関する価値判断をきわめて明確な形でとり出すことができるのである。

6．その他の分析結果

以上３.～５.を通じてわれわれは，閉鎖経済モデルにおける最適所得率の検討を行なってきた。次に，ごく簡単にではあるが，われわれの最適化問題（OPT１）を通じてわかった他のいくつかの分析結果をまとめておくことにする。

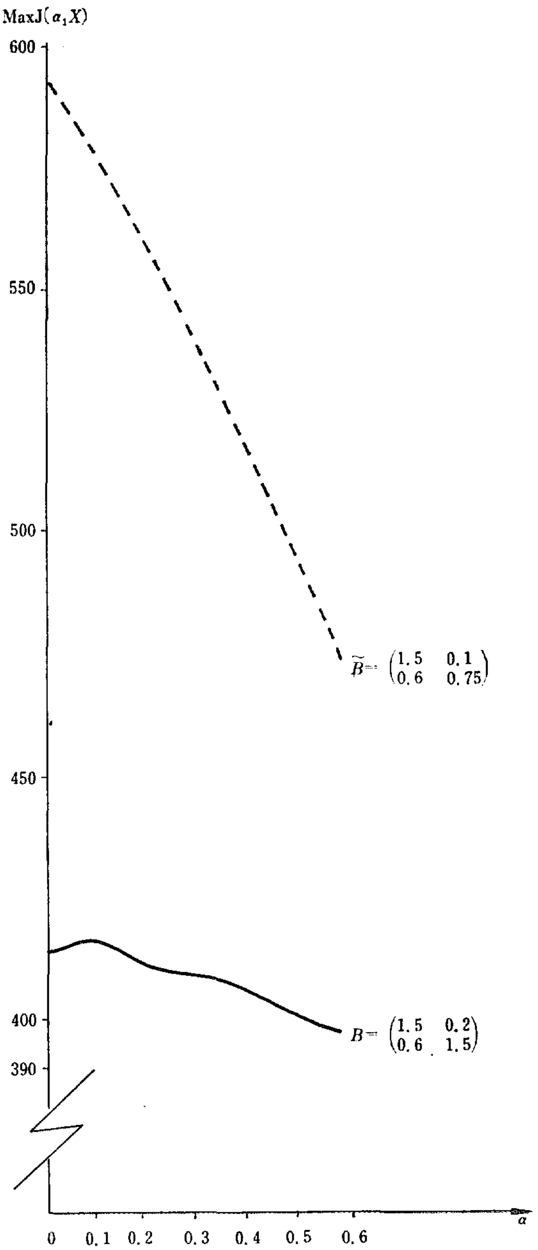
⑴ B（資本・産出比行列）の変化が体系に与える効果

われわれは，B の数値について特別の配慮を加えることができなかった。そこで，B の第２列の減少が体系に与える効果を調べ，B の性質の一端を明らかにしていくことにする。

ここで B の第２列とは，第２財（農産品）１貨幣単位生産に必要な第１財，第２財の資本額を示す列ベクトルで，その減少とはなんらかの技術革新の結果，第２財生産に必要な資本額(注７)が減少することを意味している。この仮定は，農業一次産品主導型の経済成長を発展途上国に適用するにあたって有益である。計算にあたっては，$B=\begin{pmatrix}1.5 & 0.2\\ 0.6 & 1.5\end{pmatrix}$ の第２列を２分の１にし，$\tilde{B}=\begin{pmatrix}1.5 & 0.1\\ 0.6 & 0.75\end{pmatrix}$ としこの二つのケースの目的関数値，最適生産経路，所得分配率について比較を行なった。

第8図は $Max\ J(\alpha,\ X)$ の α に関する変化を上の二つのケースについて図示したものである。図より明らかなとおり，B の $\tilde{B}$ への変化にともない目的関数値は増加する。

第8図 B 第2列の変化の $Max\ J$ に与える効果
($c_{\text{II}}=0.8$)



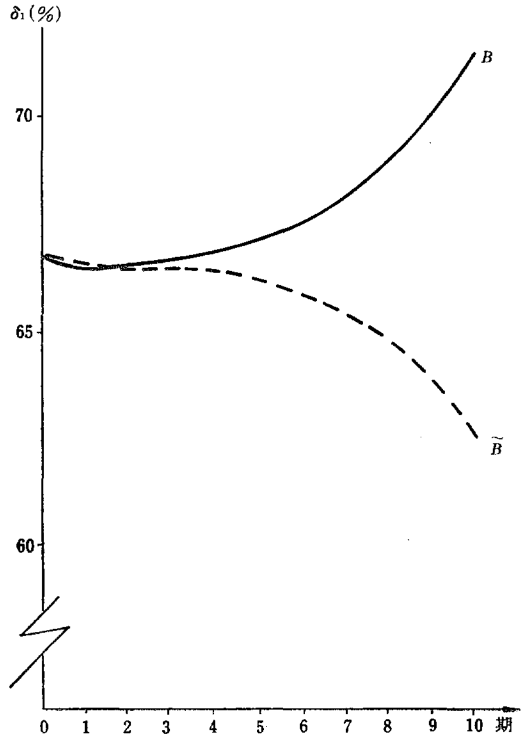
そして，α に関する $Max\ J(\alpha, X)$ の変化率は $\tilde{B}$ の場合の方がはるかに大きい。このように第2財の資本産出比率の減少は政策期間の消費の増大および所得再分配政策が目的関数をより急激に変化させることを意味している。

次に B の場合の最適生産経路であるが，第2表に示されているとおり B の場合(第5図，第6図参照)とは逆に第2財の側に傾いていく。そして，1期から10期までの任意の時期の第1財，第2財の生産額を $\alpha=0.1$, $\alpha=0.3$ の二つのケースについて比較すると，B の場合と同じく，両財について $\alpha=0.3$ の方が小さくなっている。このように B の下の最適生産経路は二つの特徴を持つが，このうち B の下の最適生産経路との比較では，最適生産経路が第2財方向へ傾いていくことが，体系にもたらす B 固有の効果であるといえる。

最後に B と $\tilde{B}$ の下の所得分配率を比較することにする。すでに「1.の補論(2)」で論じたように，一度 α が与えられれば，1—23′式，1—24′式によってわれわれは，各所得階層の所得分配率を知ることができる。ここでは目的関数を J にとり，B と $\tilde{B}$ の下の第I階層の所得分配率 (δ_{I}) を比べてみた。第9図は $\alpha=0.1$ における各期の δ_{I} を図示したものである。

第9図において B と $\tilde{B}$ の0期の δ_{I} が等しいのは，0期の第1財，第2財の生産額が初期条件として与えら

第9図 所得第I階層の所得分配率($\alpha=0.1$)



れているためである。さて，第9図において1期以降のδ_{I}を B と $\tilde{B}$ についてみればすぐわかるとおり，B が $\tilde{B}$ へと変化すると δ_{I} はしだいに減少し，所得第II階層の所得分配率 δ_{II} が増加していく。これは，すぐ上で論じたように，B の $\tilde{B}$ への変化にともない最適生産経路が第2財方向へ傾き，しかも付加価値行列が次のように与えられているためである。

$$V=\begin{pmatrix}0.5 & 0.25\\ 0.2 & 0.15\end{pmatrix}$$

ここで，行列Vの第1列（2列）は，第1財(第2財) 1貨幣単位生産にともなう付加価値が，第I所得階層に0.5(0.25)，第II所得階層に0.2(0.15)帰属することを示している。したがって，第1財，第2財，各1貨幣単位の生産による第I所得階層の所得分配率は，第2財の方が相対的に不利になる $\left(\frac{0.5}{0.7}>\frac{0.25}{0.4}\right)$。行列$V$のこの性質より，最適生産経路が第2財へ傾いていくと第II所得階層の所得分配率は漸次増大していくのである。

(2) ノイマン成長率

「II節—1.の(2)」における1—22式を用いて，B と $\tilde{B}$ の二つについて $0\leqq\alpha\leqq0.6$ の範囲でノイマン成長率を求め，結果を図示すると第10図のとおりである。

この図より，$Max\ J'$ の α と c_{II} に関する変化と全く同じことがノイマン成長率についてもいえることがわかる。すなわち，ノイマン成長率は，α, c_{II} の増加にともない単調に減少する。そして，B が $\tilde{B}$ に変化するにつれ，同一の α, c_{II} に対しノイマン成長率は増大する。ノイマン成長率のこのような性質は α, c_{II} の増加が貯蓄額の減少（その結果，投資可能額の減少）を意味し，B の $\tilde{B}$ への変化が第2財の必要投資額の減少を意味していることを想起すれば，きわめて当然のことであるといえる。

（注1） 正確には，初期条件以外の制約式は，2期にわたって与えられている。しかし，この場合の2期目の生産額は，2期目期首の生産制約をみたしているにすぎないので，ここでは制約式の「期」の欄に1期ずつしか記入しなかった。

（注2） 線型計画については，すでに電子計算機のプログラムパッケージがあるので，以下の計算はすべて電子計算機で行なった。使用したプログラムパッケージは，IBM, MPS/360 である。

（注3） 最適化問題は以下すべて OPT1で，目的関数のみ変化する。

（注4） $c_{\mathrm{II}}=1$ のケースでは，所得第II階層の固定消費分が所得再分配政策とは独立にすでに保証されていることを前提としている。

（注5） ここで産出額は全て0期の価格で測られているので，この比は「産出量の比」へ容易に転換できる。

（注6） 1—15式の解説で述べたように，$\beta=1$のとき $J=J''$ となる。

（注7） ここで価格はすべて基準時点の価格で与えられているので，必要資本額の減少は，必要資本量の減少を同時に意味する。

IV 結　　論

本稿においてわれわれは，2財2所得階層モデルにおける最適所得税率の導出を試みてきた。そして，われわれのモデルでは最適所得税率の導出は同時に最適な所得分配率の導出をも意味していた。

ここでは，本稿の結論として閉鎖経済モデルによる分析結果を要約する。そして，最後にモデルの拡張および問題点を指摘していくことにする。

目的関数としてJ'（国民所得の割引現在価値）の最大化をとった場合，

$$\underset{\alpha}{Max}(\underset{X}{Max}\ J'(\alpha,\ X)=J(o,\ \underset{o}{X_{**}}) \qquad 3-2$$

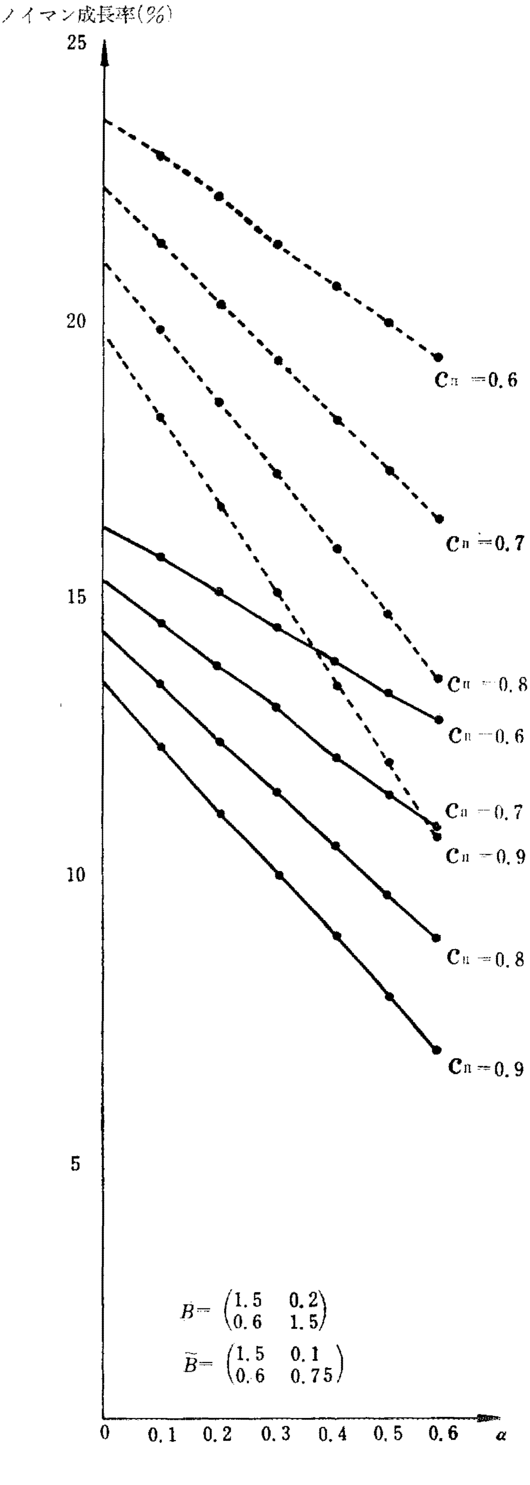
で，最適所得税率はつねに0である。

次に，目的関数として J（消費の割引現在価値）の最大化をとった場合，$Max\ J(\alpha)$，は所得第I階層の限界消費性向 (c_{I})一定の下に，所得第II階層の限界消費性向(c_{II}) 増加とともに凸型からしだいに単調減少に転じ，この間最適所得税率は漸次減少を続ける。ただし，以上は $0\leqq c_{\mathrm{I}}<c_{\mathrm{II}}\leqq1$ を前提としている。

目的関数 J, J' に代わって，政府の社会的公正基準を階層別消費のウエイト付けという形で明示的に導入した目的関数 J'' を用いて最適所得税率を求めると，全く自明ではあるが，所得第II階層の消費ウエイトの増加にともない最適所得税率は増加する。しかし，目的関数 J'' の導入によってわれわれは，社会的公正基準の適用にともなう機会費用を求めることができる。そしてさらに，目的関数 J'' を使って，結果として採用された所得税率の背後にある政府の価値判断を知ることができる。

以上が，閉鎖経済モデルにおける最適所得税率に関連して得られた分析結果である。なお，付加的に試みた行列B（資本・産出比行列）の感度分析では，農産品の（たとえば技術革新を通じる）資本産出比の減少が生産経路・所得分配に対して与える効果を明らかにした。この分

第10図　ノイマン成長率



析結果は，与えられる数値によってさまざまであるので，必ずしも一般的な結論は述べることはできない。しかしわれわれの与えた数値の下では，農産品の資本産出比の減少は，生産経路を農産品へと傾斜させ，しかも所得第II階層の所得分配率を上げるという興味深い結論が得られた(注1)。この結論はデータの恣意性よりほとんど何の意味も持たないが，このような経済発展のパターンもありうるということを知る上では有益である。

最後にわれわれのモデルの拡張と問題点についてふれる。モデルは2財2所得階層であったが，これをm財n所得階層に拡張するためには，各所得階層からの所得税（所得移転税）の帰着関係を新たに定式化しさえすればよい。そのために，所得再分配機構として政府セクターを明示的にモデルに導入することも一案である。

モデルの問題点は，この種の多部門成長モデルに共通ではあるが，投資の扱い方，ないしマクロ分析とミクロ分析の乖離にある。われわれのモデルでは，投資は1―4式で定義されたとおり，

$$IN(t)=B(X(t+1)-X(t)) \qquad 1-4$$

となっており，今期と次期の間の産出額の増分をまかなうために必要な資本額の増加として定義されていた。そして，各期各財の投資額は，最適化問題を与えられた初期生産条件の下に解き，そこで得られた各期・各財の生産額を1―4式に代入することによって得られた。

このように，われわれのモデルでは投資が全く非自立的に扱われており，最適生産経路を実現するために必要な投資額がいかなるメカニズムを経て生み出されてくるか不明である。これは，言いかえれば，マクロ的にみて各期・各財の必要投資額が求まっても，ミクロ的にみてちょうどそれだけの投資を必要とする十分収益の上がるプロジェクトが必ずしも存在するとは限らないということである。このマクロ分析とミクロ分析の乖離を埋めることは，われわれのモデルのみならず，この種のモデルに残された大きな課題であるといえよう。

（注1）この結論が得られるための必要条件の一つは，すでに6.の(1)で論じたとおりである。

〔付記〕

本稿は，昭和50年度経済成長調査部『開発資金の効果分析』研究会準備会における筆者の報告をまとめたものである。本稿をまとめるに当っては，研究会主査岩崎輝行氏はじめ経済成長調査部の諸兄に負うところが多い。また，計算については電子検索課の皆さんの協力を仰いだ。ここに，深く感謝する次第である。（経済成長調査部）