

第11章

多変量時系列変動要因分析モデル(MTV)による景気指標 —ディフュージョン・インデックスとの類似性—

はじめに

ディフュージョン・インデックス (DI) は採用された系列のそれぞれに対して成長の伸びがプラスであれば100%, その伸びがなければ50%, その伸びがマイナスならば0%の得点を与え, これらの得点を単純平均することによって作成される。景気が拡張期である時は伸びがプラスになる系列が増え, DIは50%を上回る値を示し, 逆に景気が後退期である時は伸びがマイナスになる系列が増え, DIは50%を下回る値を示す。DIが50%を切る時点をDIの転換点と呼び, 景気を判断するひとつの基準にすることができる。そのため, 景気の動向を的確に反映するDIを作成するためには, 景気基準日付と整合性があり, しかもできるだけ鮮明な景気循環を持つ系列の採用が必要とされる。それと同時に採用された系列の間に類似の変動があることも重要な要素となる。

このようにして採用された系列の中に景気循環があるとすれば, その循環は採用系列の中の共通した変動であると考えることができる。景気循環のような共通変動を持つ複雑な多変量時系列データの変動構造を把握するための統計的手法として, 多変量時系列変動要因分析モデル (Multivariate Time series Variance component model, これを簡単に MTV モデルと呼ぶ)がある⁽¹⁾。

本章では MTV モデルによる景気指標について説明し, DIに代わる景気

指標として MTV モデルから得られる共通変動要因を考え、この共通変動要因が景気指標として適当なものかどうかをアジア経済研究所が作成したタイの DI を事例として検討する。

DI により景気の拡張期と後退期の境界の転換点を見つけるのは必ずしも容易ではない。一般的には、景気の転換点の判定にはヒストリカル・ディフュージョン・インデックス (HDI) が利用される。しかし、本章では DI の代わりに DI の累積を取った累積 DI 系列の山谷が元の DI の系列の転換点とほぼ一致するという性質を利用して、比較的転換点の状態が判定しやすい累積 DI を判定の基準として用いる。

次に MTV モデルにより選択された共通変動要因については多変量自己回帰 (VAR) モデルにもとづく Granger のテストと予測分散分解の相対予測分散寄与率、さらに、各指標間のラグを相互相関関数によって先行、一致および遅行の相互依存関係を検討し、累積 DI との相違を明らかにする。相互依存関係の検討は、一致と遅行の累積 DI の因果関係が逆の関係になると見られる時点を大まかな境として前期と後期に分け、それぞれの期間ごとに行う。それは、前期と後期とで現れる因果関係が異なることを想定しているからである。ここで注意することは、前期および後期の共通変動要因はそれぞれの期間のみのデータを使って作成されたのではなく、全期間のデータを使って作成された共通変動要因を前期と後期に区切って使用していることである。それは DI が全期間のデータから作成されているのでその方式に合わせたことによる。

第 1 節 MTV モデルによる景気指標⁽²⁾

景気指標を作成するためには景気の状態を的確に反映していると思われるいくつかの経済時系列データを必要とする。これらの経済時系列データの形式的な加法モデルは、 m を採用された系列の数、 N を得られたデータの個数、

T_{it} を時点 t の第 i 系列のトレンド, C_{it} を同じく景気循環変数, S_{it} を季節変動, I_{it} を攪乱項とすれば,

$$X_{it} = T_{it} + C_{it} + S_{it} + I_{it} \quad i=1 \cdots m, \quad t=1 \cdots N$$

と表すことができる。トレンドと景気循環変動が分離が不可能な場合には、トレンドと景気循環変動を統合して TC_{it} とする。より一般的には、採用された系列の中にトレンドと景気循環変動の分離が不可能な系列とその分離が可能な系列が混在して含まれていることが多い。そのためこの両者を考慮して、

$$X_{it} = TC_{it} + C_{it} + S_{it} + I_{it} \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表すこともできる。ここで、採用された系列の中に景気循環があるとすれば、それは採用系列の中の共通した変動であると仮定する。すなわち、各系列ごとの固有の循環変動ではなく、同一の変動の存在を認めるわけである。したがって各系列のトレンドと循環変動は、 b_i , c_i , d_i および e_i を係数パラメータとすれば、

$$TC_{it} = b_i TC_t + c_i$$

$$C_{it} = d_i C_t + e_i$$

となり、各 i の固有な変動とは無関係な共通変動の 1 次式で表される。この式を一般的な加法モデル(1)の式に代入すると、

$$X_{it} = b_i TC_t + d_i C_t + S_{it} + (c_i + e_i) + I_{it}$$

となる。経済時系列の各系列は使用されている単位が異なっている場合が多

い。そこで、変動の幅を同じ尺度に一致させるため、各系列を平均0と分散1に標準化する。 X_{ij} の分散 σ_{it}^2 は時間の関数であるが、ある一定の仮定のもとで時間に無関係な分散 σ_i^2 に置き換える。さらに、季節調整のための汎用プログラム X-11等を利用すれば各系列から季節変動 S_{ij} は取り除くことができる。この季節調整済みの系列を用いると、標準化された系列 Z_{it} は、

$$\begin{aligned} Z_{it} &= (X_{it} - E\{X_{ij}\}) / \sigma_i & i=1 \cdots m \\ &= b_i \sigma_i^{-1} (TC_t - E\{TC_t\}) + d_i \sigma_i^{-1} (C_t - E\{C_t\}) + E_{it} \end{aligned}$$

となる。 $E_{it} = I_{it} \sigma_i^{-1}$ とする。ここにMTVモデルの考えを取り入れると、この式は補論(1)式において $\mu_t = 0$ 、主要な共通変動要因の個数 $q = 2$ の場合に相当する。すなわち、加法モデルで表された季節調整済みの経済時系列データはMTVモデルを用いると、 $z_t = (Z_{it} \cdots Z_{nt})$ に対して、

$$\begin{aligned} z_t &= A f_t + \eta_t \\ f_t &= (f_{1t}, f_{2t})' \\ A &= \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & \cdots & a_{m2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表すことができる。共通変動 f_{1t} と f_{2t} はそれぞれ TC_t または C_t の平均からの差に対応する変数である。 f_{1t} と f_{2t} の推計方法はMTVモデルのそれに従って行う。基本的には主成分の第1変動および第2変動の要因になる。景気循環の指標として f_{1t} と f_{2t} のいずれを採用するか、または結合したものを採用するかは実際の場面で問題となるところである。

第2節 累積DIによる景気指標

景気の拡張期と後退期の境目に相当する転換点を判定するには、元のDIと比べて転換点の状態が比較的容易に判定できる累積DIを利用し、この累積DIの転換点をここでは景気の基準とする。累積DIは次のように定義される⁽³⁾。

$$(\text{今期の累積DI}) = (\text{前期の累積DI}) + \{(\text{今期のDI}) - 50\}$$

ここで今期の累積DIの単純平均を \bar{D} とする。今期の累積DIから \bar{D} を差し引き、この平均値がX軸に一致するように平行移動した値を累積DI*とする。累積DI*を書き直すと、

$$\text{累積DI}^*_t = \sum_{j=0}^{t-1} DI_{t-j} - \bar{D} - 50t \quad t=1 \cdots N \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。この累積DI*は好景気あるいは不景気が長期間続くと上昇傾向あるいは下降傾向のトレンドを持つことが想定されるので、直線のトレンド部分を差し引き、これを改めて累積DIとする。a、bをパラメータとする時、この累積DIは

$$\text{累積DI}_t = \sum_{j=0}^{t-1} DI_{t-j} - (a+bt) \quad t=1 \cdots N \quad \dots\dots\dots (4)$$

と表すことができる。当然のことながら累積DI*と累積DIはともに合計すると0になる。

後述するように、MTVによる景気指標は対数変換した系列の直線トレンドからの乖離を景気循環としてとらえ、その共通変動を取り出すことによ

て得られる。したがって、DIの累積から直線トレンドを差し引いたのは、MTVの景気指標に準ずるようにDIの持つトレンドを調整したためである。(3)と(4)を比べると、累積DI*は累積DIの $a = \bar{D}$ 、 $b = 50$ の特殊な場合と見なすことができる。そこで両者の違いは(3)式において帰無仮説 $H_0: a = \bar{D}$ 、 $b = 50$ とおき、F検定することによって確かめることができる。

アジア経済研究所が作成したタイのDIを用いて(3)と(4)の違いを検討してみる。第1表には先行、一致および遅行ごとに推計された式(3)の \bar{D} および式(4)の a 、 b の値と累積DIと累積DI*の同等性を検討するF値が示されている。この表からすべての関係が高位に有意であり、累積DIと累積DI*は違った系列と見なされる。しかし、第1図からわかるように両者の違いは回転あるいは平行移動によって生じたものであり、本章で取り扱う転換点についての違いは見当たらない。

第3節 MTVモデルによるタイの景気指標

『アジアの景気動向指数』平成3年3月号によれば、タイの先行、一致および遅行の各DIを構成する系列は第2表に示されているとおりである。DI

第1表 累積DIと累積DI*の同等性のテスト

		先行 DI	一致 DI	遅行 DI
累積 DI*	\bar{D}	-113.733	56.534	353.740
累積 DI	a	-149.825	-43.804	58.310
	b	50.547	51.520	54.476
$H_0: b = 50,$	$F(1, 129)$	6.344 (0.013)	16.420 (0.000)	241.370 (0.000)
$H_0: a = \bar{D}, b = 50$	$F(2, 129)$	3.167 (0.045)	8.210 (0.000)	120.685 (0.000)

(注) 推計された a 、 b はともに高位に有意である。

(出所) 筆者作成。

を構成する系列と同じ系列を使用して、MTVによる先行、一致および遅行の各景気指標を考える。23系列すべてのデータが揃って存在するのは1979年5月から1990年3月までの131ヵ月であり、分析にはこの期間のデータを使用する。月別の系列なので、X-11を用いて前もって季節変動部分を取り除いておく。これらの系列には上昇のトレンドを含むものと、含まないものの両方が混在しているので、一律に直線のトレンドを仮定して上昇傾向を取り除く⁽⁴⁾。さらに、変動幅も上昇トレンドに沿って大きくなっている。変動幅を一定に抑えるため、すべての系列を対数に変換する。すなわち、対数変換した系列の直線トレンドからの乖離を経済変動の景気循環としてとらえることにする。

各DIを構成する系列ごとにMTVモデルである(2)式にもとづいて主成分分析をかけ、第1共通変動要因 f_{1t} と第2共通変動要因 f_{2t} を抜き出す。第2表は先行、一致および遅行の各指標ごとの固有値、寄与率、累積寄与率が示されている。第1表には同じく、第1および第2共通変動要因の固有ベクトルが示されている。先行指標はこの2つの共通変動によって採用された系列全体の変動のうち累積寄与率が64%、一致指標は67%、遅行指標は86%を占める。固有ベクトルに相当する因子負荷量が0.30以上を持つ系列を貢献のある系列とする。その中で特に、 f_{1t} に貢献する系列を列挙すると、先行指標ではLCBDOM, M1, STOCKP, RUBBER, CEXMNU, 一致指標ではMOTCYCLE, COMVIECL, BEER, NUTOUR, ELECTRIC, NOCHEQUE, EXPINDEX, 遅行ではIMK, TOTCLEAR, GOVREVENである。

第3表にはタイの景気基準日付を示す。また第1図には(4)式より得られる累積一致DI、(3)式より得られる累積一致DI*および一致DIを構成する系列から得られた共通変動要因 f_{1t} と f_{2t} をそれぞれ平均0、分散1に標準化した系列が表示されている。この図から、 f_{1t} の山谷は景気基準日付にはほぼ一致し、同時に累積一致DIと累積一致DI*に対してもほぼ重なりあうことがわかる。しかしながら f_{2t} は基準日付、累積一致DIや累積一致DI*と重なるところが少ない。

第2表 DIを構成する系列と各変動要因の固有ベクトル

名称	変数名	第1変動要因	第2変動要因	第3変動要因
(1) 先行系列				
1. 商業銀行貸し出し額	LCBDDOM	-0.38007	0.30818	0.34336
2. マネーサプライ (M1)	M1	0.39811	0.42929	0.10897
3. 銀行間貸し出し金利	ICBCALLM	-0.18319	0.56748	-0.19698
4. 株価指数 (Set index)	STOCKP	0.47548	0.27889	0.04529
5. ゴム庭先価格	RUBBER	0.31476	-0.05980	0.49583
6. キャッサバ庭先価格	CASSAV	0.19855	-0.46629	0.37795
7. 工業製品輸出額	CEXMNU	0.51237	0.15837	-0.15305
8. 亜炭生産高	LIGNIT	0.19072	-0.27352	-0.64593

固有値 (分散)		3.06078	2.05667	1.27415
差		1.00411	0.78253	0.67020
寄与率		0.38952	0.25708	0.15927
累積寄与率		0.38259	0.63968	0.79895

(2) 一致系列				
9. オートバイ生産台数	MOTCYCLE	0.40276	-0.11511	-0.11262
10. 商業車生産台数	COMVIECL	0.33539	-0.32440	-0.26643
11. ビール生産高	BEER	0.32656	-0.34160	0.24223
12. ブリキ板生産高	TINPLATE	0.22126	0.29994	0.30416
13. 百貨店売上高	DSALE	0.28243	0.29652	-0.38333
14. 外国人観光客	NUTOUR	0.33085	0.33933	-0.09188
15. 大口電力消費量	ELECTRIC	0.39368	-0.02560	0.02042
16. 小切手発行数	NOCHEQUE	0.29527	-0.51811	0.11981
17. 輸出数量指数	EXPINDEX	0.30894	0.37522	-0.22396
18. 石膏生産高	GYP SUM	0.20695	0.24875	0.73811

固有値 (分散)		4.85707	1.80859	0.85421
差		3.04848	0.95438	0.07388
寄与率		0.48571	0.18086	0.08542
累積寄与率		0.48571	0.66657	0.75199

(3) 遅行系列				
19. 輸入数量指数	IMPINDEX	0.28984	0.64651	-0.37724
20. 資本財輸入額	IMK	0.54160	-0.18586	-0.29458
21. 非食料消費者物価指数	CPINON	-0.11458	0.73989	0.26230
22. 小切手決済高	TOTCLEAR	0.56772	0.00186	-0.23316
23. 政府歳入額	GOVREVEN	0.53592	-0.00559	0.80482

固有値 (分散)		2.70592	1.61376	0.32959
差		1.09217	1.28417	0.12022
寄与率		0.54118	0.32275	0.06592
累積寄与率		0.54118	0.86394	0.92985

(出所) 筆者作成。

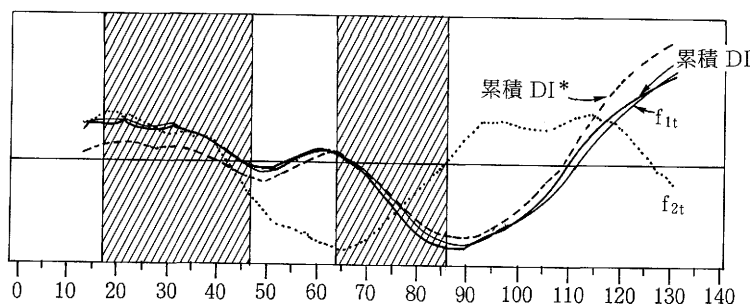
第3表 タイの景気基準日付

循環サイクル	谷	山	谷	景気拡張期	景気後退期	景気1循環
1	1971年12月	1974年6月	1976年1月	30	19	49
2	1976年1月	1980年2月	1982年8月	49	30	79
3	1982年8月	1983年12月	1985年12月	16	24	40

(注) 景気拡張期, 景気後退期, 景気循環の単位は月である。

(出所) アジア経済研究所統計調査部『アジアの景気動向指数』1991年3月。

第1図 一致系列の2つの共通変動要因と累積DI, 累積DI*



(出所) 筆者作成。

累積 DI はアジア経済研究所『アジアの景気動向指数』1991年3月。

累積 DI* は(3)式より。

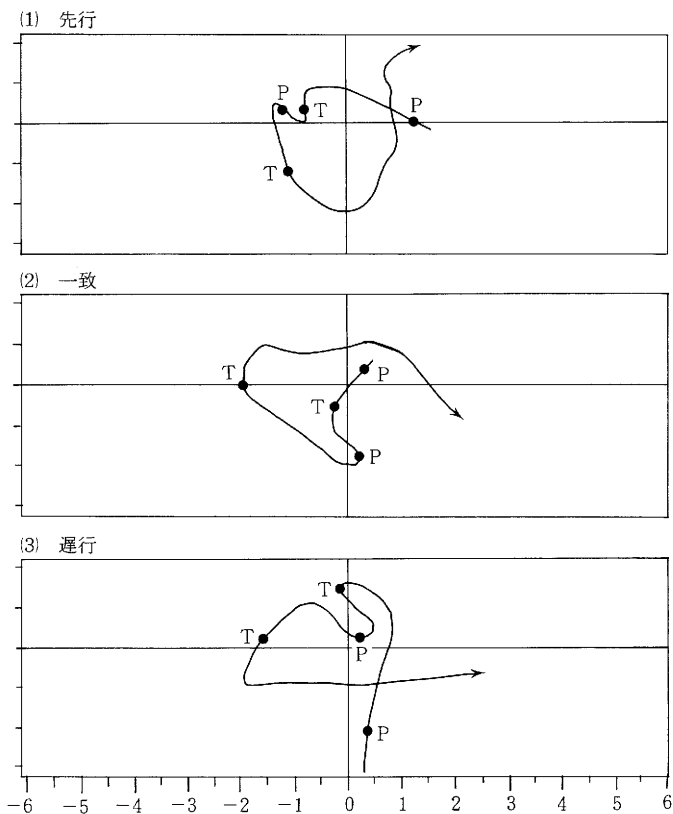
さらに, 累積一致 DI, 累積一致 DI*, f_{1t} および f_{2t} の線形の当てはまりの程度として相関係数を取る。第4表より, 累積一致 DI, 累積一致 DI* と f_{1t} の間では1に近い値を取るのに対して, f_{2t} ではそうではない。さらに, 一致 DI を構成する10系列全体の変動の約67%を占めている2つの独立な共通変動要因 f_{1t} と f_{2t} の変動を2次元のグラフに表してみる。第2図に f_{1t} を x 座標, f_{2t} を y 座標に取った共通変動が示されている。図の中にある P は基準日付の山, T は基準日付の谷の点を表す。この図の共通変動要因は細かい変動を取り除き曲線を滑らかにするため, 12ヵ月移動平均を取っている。

第4表 2つの共通変動要因と累積一致DI, 累積一致DI*の相関係数

	f_{1t}	f_{2t}	累積一致DI	累積一致DI*
f_{1t}	1.00000	-0.00000	0.97413	0.91748
f_{2t}	-0.00000	1.00000	-0.01964	-0.01850
累積一致DI	0.97413	0.01964	1.00000	0.94185
累積一致DI*	0.91748	-0.01850	0.94185	1.00000

(出所) 筆者作成。

第2図 一致系列の2つの共通変動要因のグラフ



(注) Pは山 (peak), Tは谷 (through) を表す。X軸は第1変動要因, Y軸は第2変動要因である。

(出所) 筆者作成。

f_{1t} を x 軸にとったので相対的に左から右へ進む方向は景気の拡張期、右から左へ進む方向は後退期に対応する。したがって、景気の間谷が存在するならばそれらの点はそれぞれの右と左の先端に位置することになる。基準日付の最初の山に対応する f_{1t} の点はデータの欠如によりなんともいえないが、その2回目の山の点はその近傍の点に比べて右側先端に位置し、2番目の谷の点は一番左側に位置しており1次元のグラフと対応している。基準日付の最初の谷の点もその近傍の一番左に位置することが期待される。しかしながら、この谷は期待された点からは少しずれているように見える。このずれは移動平均によって生じたものなのか、あるいは採用した系列の選択に問題があったのかははっきりしないが、基準日付の最初の谷は詳細な検討の必要な個所である。結果として、タイの累積一致 DI に相当する景気指標として f_{1t} を選択することができる。

共通変動要因 f_{1t} は累積 DI* よりも累積 DI の方が重なりぐあいが大きく、相関係数も 1 に近い。 f_{1t} は MTV にかける前にすべての系列から直線トレンドを取り除いており、累積 DI は累積の計算をした後に同じく直線トレンドを除去している。これに対して、累積 DI* は DI の中点である 50 を基準に取るように累積の計算をする際に -50 を差し引いて作成される。DI の元になる各系列は DI 作成の際に局面移動平均法による方法でトレンド除去を行っているが、完全に除去されなかった中期のトレンドの影響がそのまま累積 DI* にも反映される。そこで累積 DI* に直線トレンドを当てはめてみると直線の傾きは 0.0089 に対して t 値は 4.052 となり、有意水準 1% で係数が 0 という仮説が棄却される。すなわち、トレンド調整の違いが累積 DI と累積 DI* の差となって表れていると考えられる。

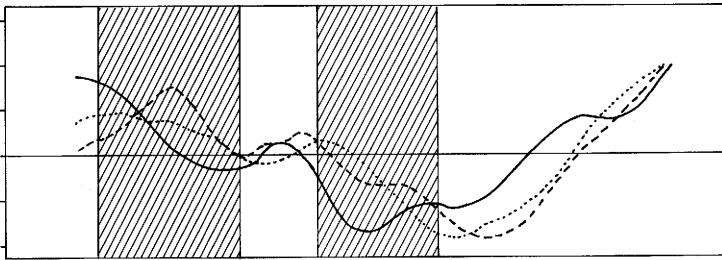
前述したように両者の転換点については違いがなく、しかも景気の判断は転換点のみによって決められることから、以下、 f_{1t} との線形近似の強い累積 DI を用いて f_{1t} との比較を行うことにする。

一致指標だけではなく、先行および遅行指標についても同じように第 1 変動要因 f_{1t} が累積 DI に相当する景気指標として選択される。累積 DI と f_{1t} の

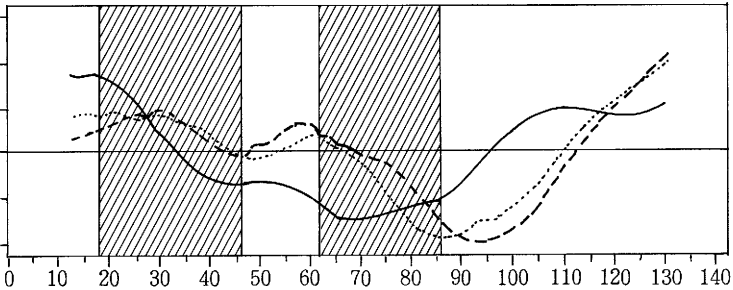
それぞれに12ヵ月移動平均を施して細かい波動の変動を取り除いた後、標準化する。この標準化された先行、一致および遅行の各指標をグラフに示したのが第3図である。 f_{1t} の先行指標については山谷の凹凸が累積DIに比べて明確には出てこないが、その傾向の類似性は見ることができる。一致および遅行指標については、両者ほぼ同じような傾向を示している。

第3図 累積DIと第1共通変動要因の先行、一致および遅行のグラフ

(a) 累積DI



(b) 第1共通変動要因 (f_{1t})



— 先行, ····· 一致, - - - 遅行

(注) 斜線は景気の後退期を表わす。

(出所) 筆者作成。

第4節 先行，一致および遅行の相互依存関係の検討

VARモデルにもとづくGrangerのテストと予測分散分解のRVC(補論2を参照)によって先行，一致および遅行の相互依存関係を検討する。Grangerのテストでは各指標間の因果関係の方向のみが示される。RVCは方向のみならず，各指標が与える影響の程度も計測できる。さらに，各指標間のラグを相互相関関数によって確かめる。これらの分析は対象期間を1979年5月から1990年3月までを全期間，1980年1月から1984年12月までを前期，1985年1月から1989年8月までを後期と3つに区分し，それぞれの期間ごとに因果関係の検討を行い，その違いを明らかにする。

先行，一致および遅行の各累積DIの系列をDL，DC，DGで表す。同じように，MTVモデルから得られた第1共通変動要因の先行，一致および遅行の各指標の系列をそれぞれFL，FC，FGとする。また，VAR(p)モデルの次数pの決めかたは，最小のAICの値を持つモデルを最適なモデルとして選ぶという方法を用いる。第5表にはその結果と残差の共分散行列の対角化に対する検定統計量が示されている。

第5表 VARモデルの次数，AICおよび残差の共分散行列の x^2

	1979.5 - 1990.3		1980.1 - 1984.12		1985.1 - 1989.8	
	f_{1t}	DI	f_{1t}	DI	f_{1t}	DI
次数	2	2	1	2	1	1
AIC	-880.010	-1228.040	-371.218	-592.235	-363.304	-502.629
$x^2(G)$	35.867**	185.209**	5.977	35.375**	30.137**	124.225**
$x^2(D)$	0.000	0.055	1.462	0.000	0.007	0.000

**は有意水準1%を表わす。次数はVAR(p)のpである。

(出所) 筆者作成。

1. VARモデルにもとづく Granger の因果関係のテスト

VAR(p)モデル（付録(2)）において y_t の2つの要素である y_{jt} から y_{it} への Granger の意味で因果関係がないことの必要十分条件は、

$$\phi_{k,ij} = 0 \quad k=1 \cdots p$$

である。サンプルサイズが大きければ、VAR(p)の各要素の式ごとの最小2乗推定量は最尤推定量に等しいことが知られている。 y_{it} についての回帰モデル

$$y_{it} = \sum_{k=1}^p \phi_{k,il} y_{l,t-k} + \cdots + \sum_{k=1}^p \phi_{k,im} y_{m,t-k} + u_t$$

において、攪乱項ベクトル u_t は正規分布に従って分布すると仮定する。その時、 $\phi_{k,ij}$ の有意性の検定として、

$$\text{帰無仮説 } H_0 : \phi_{k,ij} = 0, \quad k=1 \cdots p$$

のもとでは統計量 F は自由度 $(p, T-mp)$ を持つ F 分布に従うということを利用する。

$$F = \{(\text{RSS}-\text{USS})/P\} / \{\text{USS}/(T-mp)\}$$

ここで、帰無仮説の制約にもとづくモデルから得られた残差平方和を RSS 、帰無仮説の制約なしモデルによる残差平方和を USS とする。

この結果は第6表に示されている。累積DIの前期はDCがDLから影響されることが示されるが、他には因果関係が見られない。これに対して第1共通変動要因 f_{1t} の前期は同じようにFCがFLから影響を受けているほかに、わずかではあるがFGからも影響されている。FCからFGへの関係は有意

第6表 VARモデルにもとづく Granger のテスト

(1) 全期間 (1979.5 - 1990.3)							
	FL	FC	FG		DL	DC	DG
FL	670.250**	1.637	0.303	DL	888.917**	0.414	0.021
FC	7.024**	84.928**	1.839	DC	7.566**	1138.297**	0.131
FG	1.359	9.023**	24.896**	DG	1.719	2.127	424.134**
(2) 前期 (1980.1 - 1984.12)							
	FL	FC	FG		DL	DC	DG
FL	250.562**	1.090	0.037	DL	445.468**	1.352	0.320
FC	6.758**	5.864**	2.777*	DC	5.308**	194.487**	0.826
FG	1.576	0.076	5.039**	DG	2.121	0.480	264.871**
(3) 後期 (1985.1 - 1989.8)							
	FL	FC	FG		DL	DC	DG
FL	130.550**	1.272	1.464	DL	199.642**	0.962	0.089
FC	5.503**	35.649**	0.675	DC	6.305**	410.485**	0.405
FG	0.209	7.951**	8.289**	DG	0.351	6.928**	75.604**

**は有意水準1%, *は5%を表わす。

(出所) 筆者作成。

にでていない。このことは f_{1t} では一致と遅行の関係が逆になっていることを示している。後期については累積DIと f_{1t} は同じパターンを示し、DCがDLから影響され、次にDGがDCから影響されている。FL、FCおよびFGの関係も同様である。このテストでは累積DIと f_{1t} ともに遅行と先行の関係が明らかにされない。

全期間を通して見ると、累積DIは前期のパターンに引きずられてDCがDLに影響されることのみが示される。 f_{1t} では逆に後半のパターンに引きずられてFCがFLから影響を受け、FGはFCから影響を受ける。

2. 相対予測分散寄与率 (RVCおよびRVC*)

VAR(p)モデルから得られた残差の共分散行列Gの対角行列に対する検定

統計量は第5表に $x^2(G)$ として示されている(補論の(4式)に対応する)。第1共通変動要因 f_{1t} の前期以外はすべて有意である。このことは f_{1t} の前期以外の G は対角行列ではないことを意味する。すなわち、 u_t は瞬時的相関があるので、RVCの理論的な根拠は必ずしも保証されない。そこで補論の(5式)のように、 G を対角化するための1因子をもつ因子分析

$$u_t = af_t + \epsilon_t$$

による補正が必要となる。補正されたVAR(p)モデルから得られた残差 ϵ_t の共分散行列 D の対角行列に対する検定統計量は第5表に $x^2(D)$ として示されている。結果は、期待されたとおりすべてが有意ではない。これによりRVC*を用いる根拠を得る。

累積DIのRVC*およびRVCは第7表に示されている。共通変動の表示されている最初の表がRVC*であり、その下にある共通変動の表示のない表がRVCである。RVC*およびRVCの右側には残差の相関行列が示されている。前期を対象としたRVC*の読み取り方は、第7表の(2)にあるDLの行を参照すれば、DLに対するDLからのGrangerの意味での因果関係はRVC_{DL→DL}であり、相対寄与率にして75.073%であることを示している。DCからDLへのRVC_{DC→DL}は5.616%、DGからDLへは2.858%、共通変動は16.451%のそれぞれ寄与率を表し、全体で100%となる。これからわかることは共通変動が約16%あり、自分自身への寄与が75%となるDLの自律性である。DCについては共通変動が約65%を占めるにもかかわらず、DCから約22%もの影響を受けている。DGは約17%の共通変動のほか、わずかではあるがDLからの影響も受ける。後期の累積DIはすべて共通変動が半分以上を占め、わずかにDCがDLより影響を受けているだけである。また、共通変動にかかるウエイトは a_j によれば、DCとDGの両方に強くでている。全期間についてはDCの共通変動部分が増加したため、前期には存在していた因果関係が見えなくなり、また、DGは共通部分が減少したため、わずか

第7表 累積DIのRVC*, RVCおよび残差の相関行列

(1) 全期間 (1979.5 - 1990.3)							DL	DC	DG
	DL	DC	DG	共通変動	合計				
DL	57.038	0.020	1.174	41.765	100.00	1.0000	0.0031	-0.0200	
DC	9.332	1.428	1.064	88.173	100.00	0.0031	1.0000	0.0028	
DG	7.464	0.357	22.385	69.793	100.00	-0.0200	0.0028	1.0000	
a _j	0.228	0.208	0.177	•	•				
DL	96.906	0.901	2.191	•	100.00	1.0000	0.6978	0.5087	
DC	20.003	77.489	2.506	•	100.00	0.6978	1.0000	0.7287	
DG	18.168	21.997	59.833	•	100.00	0.5087	0.7287	1.0000	
(2) 前期 (1980.1 - 1984.12)							DL	DC	DG
	DL	DC	DG	共通変動	合計				
DL	75.073	5.616	2.858	16.451	100.00	1.0000	-0.0000	0.0000	
DC	21.645	10.277	3.448	64.628	100.00	-0.0000	1.0000	-0.0000	
DG	13.420	4.883	64.647	17.049	100.00	0.0000	-0.0000	1.0000	
a _j	0.168	0.124	0.098	•	•				
DL	78.362	18.921	2.715	•	100.00	1.0000	0.5304	0.3185	
DC	37.347	57.235	5.416	•	100.00	0.5304	1.0000	0.4799	
DG	15.245	17.904	66.849	•	100.00	-0.3185	0.4799	1.0000	
(3) 後期 (1985.1 - 1989.8)							DL	DC	DG
	DL	DC	DG	共通変動	合計				
DL	50.782	0.086	0.707	48.423	100.00	1.0000	0.0000	-0.0000	
DC	13.280	7.343	4.547	74.829	100.00	0.0000	1.0000	0.0000	
DG	3.641	4.731	5.291	86.335	100.00	-0.0000	0.0000	1.0000	
a _j	0.216	0.312	0.284	•	•				
DL	94.915	1.087	3.996	•	100.00	1.0000	0.7056	0.6726	
DC	17.357	64.688	17.953	•	100.00	0.7056	1.0000	0.8874	
DG	7.070	61.902	31.027	•	100.00	0.6726	0.8874	1.0000	

(注) 各期間ごとに上表はRVC*, 下表はRVCを表わす。
各表の右側にインベーションの相関行列が示されている。

(出所) 筆者作成。

第8表 第1共通変動要因 (f_{it}) のRVC*, RVCおよび残差の相関行列

(1) 全期間 (1979.5 - 1990.3)							FL	FC	FG
	FL	FC	FG	共通変動	合計				
FL	88.404	2.386	3.538	5.669	100.00	1.0000	0.0006	-0.0017	
FC	33.967	13.201	1.607	51.223	100.00	0.0006	1.0000	0.0003	
FG	16.956	7.813	24.640	50.589	100.00	-0.0017	0.0003	1.0000	
a_j	0.083	0.261	0.212	•	•				
FL	88.615	6.968	4.416	•	100.00	1.0000	0.2528	0.1570	
FC	45.642	51.668	2.688	•	100.00	0.2528	1.0000	0.4322	
FG	24.087	32.330	43.581	•	100.00	0.1570	0.4322	1.0000	
(2) 前期 (1980.1 - 1984.12)							FL	FC	FG
	FL	FC	FG	共通変動	合計				
FL	98.614	0.657	0.000	0.727	100.00	1.0000	0.1562	-0.0062	
FC	44.632	46.485	0.068	8.813	100.00	0.1562	1.0000	0.0014	
FG	13.591	0.716	1.720	83.971	100.00	-0.0062	0.0014	1.0000	
a_j	-0.024	0.073	0.402	•	•				
FL	99.282	0.709	0.007	•	100.00	1.0000	0.1327	-0.0659	
FC	45.633	50.941	3.425	•	100.00	0.1327	1.0000	0.2640	
FG	13.756	0.777	85.465	•	100.00	-0.0659	0.2640	1.0000	
(3) 後期 (1985.1 - 1989.8)							FL	FC	FG
	FL	FC	FG	共通変動	合計				
FL	82.027	0.115	9.378	8.478	100.00	1.0000	0.0022	-0.0113	
FC	36.888	3.167	2.770	57.173	100.00	0.0022	1.0000	0.0016	
FG	15.592	2.616	20.719	61.070	100.00	-0.0113	0.0016	1.0000	
a_j	0.116	0.340	0.265	•	•				
FL	86.884	1.247	11.868	•	100.00	1.0000	0.4201	0.2401	
FC	50.872	44.563	4.564	•	100.00	0.4201	1.0000	0.5457	
FG	23.258	39.817	36.923	•	100.00	0.2401	0.5457	1.0000	

(注) 第7表に同じ。

(出所) 筆者作成。

ではあるがDLからの影響が増えている。

共通変動要因 f_{1t} の RVC* および RVC は第 8 表に示されている。前期については残差の共分散行列が有意でないため、1 因子モデルなしの VAR モデルによる RVC が有効な唯一の期間である。FL の自分自身への寄与が 99% となる自律性が目につく。FC は FL から約 45%、FG は同じく FL から約 14% の影響を受けている。この傾向は 1 因子モデルを導入した RVD* でも変わらない。後期および全期間の RCV* についてもほぼ同じパターンを示す。

3. 相互相関関数

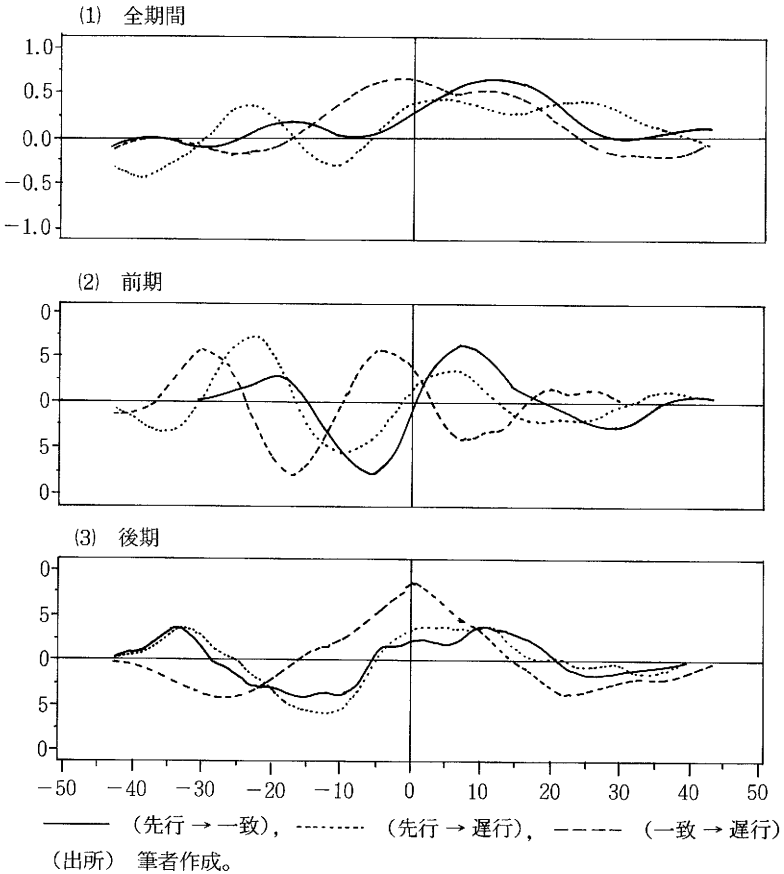
相互相関関数 (Cross Correlation Function. 略して CCF という) は 2 つの変数の線形関係の強さだけでなく、2 変数の時間に関する因果関係の方向とそのラグの期間も測ることができる。定常状態である y_t と x_t に関する CCF は $\rho_{yx}(k)$ と表され、 y_t に対して x_t の k 期のラグを取ったときの相関係数の系列である。

$$\rho_{yx}(k) = E\{(y_t - \mu_y)(x_{t-k} - \mu_x)\} / \sigma_x \sigma_y$$

ここで $k = \dots -2, -1, 0, 1, 2 \dots$ 、 μ_y と μ_x は y_t と x_t の平均、 σ_x と σ_y はそれぞれ標準偏差を表す。ラグ ($k > 0$) に有意なピークがあることは x_t から y_t への因果関係があることの論拠となる。

累積 DI の 3 つの指標、DL、DC および DG からの組み合わせである 3 通りの CCF はすべて裾野が広い高原状態を作るので、12 ヶ月の階差を取った指標の CCF を第 4 図に示す。前期の $\rho_{DC,DL}(k)$ はラグが 7 ~ 8 ヶ月のところに高原のピークが表れ、同じように -7 ~ -8 ヶ月のところにピークが表れる。このパターンから DL は DC に対する先行性を示し、同時に原点に対して対称であることから周期性も検出されることがわかる。 $\rho_{DG,DL}(k)$ もほぼこれと同じパターンを示す。しかしながら、 $\rho_{DG,DC}(k)$ についてはマイナスのラグにピークを持ち、DG が DC より先行性を示すという一致指標と遅

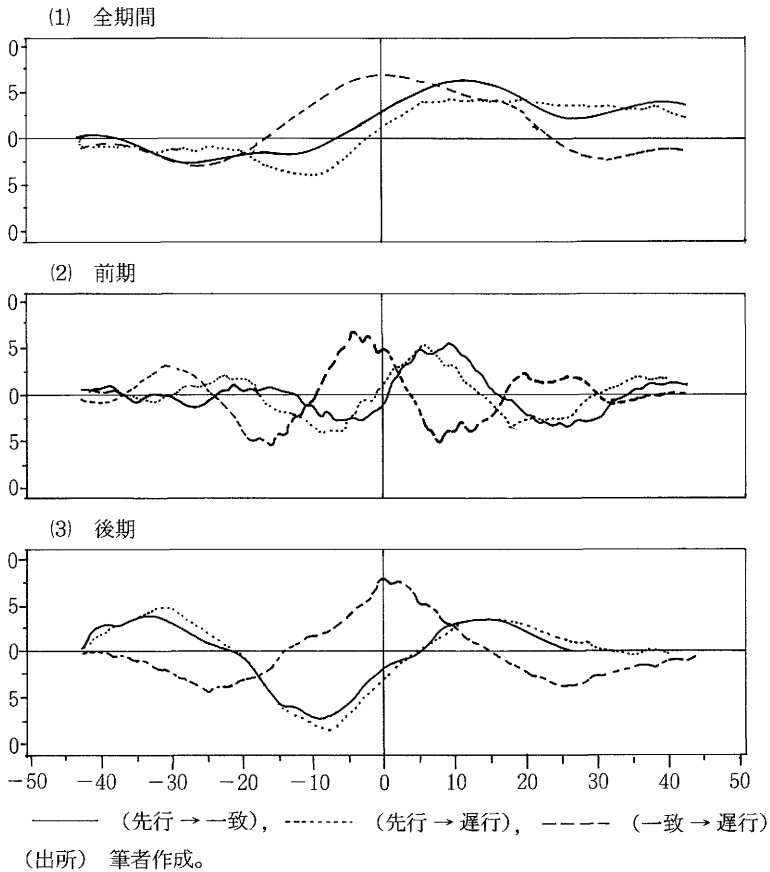
第4図 累積DIのCCF



行指標の関係が逆になっている状態を表す。後期の $\rho_{DC,DL}(k)$ と $\rho_{DG,DL}(k)$ はラグの期間が長い高原状態を持つ以外、前期と同じパターンを示すのに対し、 $\rho_{DG,DC}(k)$ はラグ0にピークを持ちy軸に対称なパターンを示す。すなわち、DCとDGの間には前期とは異なり、フィードバックの関係が見られる。

第1共通変動要因 f_{1t} の3つの指標、FL、FCおよびFGの12ヵ月の階差を取った指標のCCFを第5図に示す。前期の $\rho_{DC,DL}(k)$ はラグが約10ヵ月

第5図 第1共通変動要因 (f_{1t}) の CCF



のところには高原のピークが表れ、 $-5 \sim -6$ ヵ月のところは低いピークが表れる。このパターンからFLはFCに対する先行性を示す。しかしながら、累積DIとは違って必ずしも原点に対して対称であるとの判断が難しく、周期性については何ともいえない。 $\rho_{FG,FL}(k)$ もほぼこれと同じパターンを示す。 $\rho_{FG,FC}(k)$ は累積DIと同じようにマイナスのラグにピークを持ち、FG

がFCより先行性を示すという一致指標と運行指標の関係が逆になっている状態を表す。後期の $\rho_{FC,FL}(k)$ と $\rho_{FG,FL}(k)$ は前期と同じパターンを示し、ラグの期間が長い高原状態を持つ。FGとFCの間にはフィードバックの関係のほかにながら周期性も見られる。

おわりに

一致DIを構成する系列をもとにMTVモデルから得られた第1共通変動要因 f_{1t} は、その山谷が景気基準日付とほぼ一致すること、累積されたDIに対してもほぼ重なりあうこと、2つの独立な共通変動要因の2次元のグラフにより基準日付の山谷に対応する点とその近傍の先端に位置することから、タイの景気循環を表す一致指標として選択される。同じように先行と運行指標についても f_{1t} が選択される。

その選択された f_{1t} と累積DIのそれぞれについて先行から一致、先行から運行、さらに一致から運行へという期待される3つの因果関係をまとめると次のようになる。

(1) 先行指標から一致指標への因果関係は累積DIでは前期、後期および全期間、 f_{1t} も前期、後期および全期間、因果関係の検出方法にかかわらず明白に表れる。

(2) 先行指標から運行指標への関係はGrangerのテストでは何も検出されない。RVC*では約13%から17%というわずかな割合ではあるが、累積DIでは前期のみにその影響が表れ、 f_{1t} は前期、後期および全期間に表れる。CCFによれば累積DIと f_{1t} ともに前期、後期および全期間について因果関係が表れ、そのラグの程度も大まかに確認できる。

(3) 一致指標から運行指標への関係はGrangerのテストでは累積DIでは後期のみ、 f_{1t} では後期および全期間に表れる。 f_{1t} の前期では逆の関係、すなわち、運行指標が一致指標に影響を与えるという因果関係が示される。RVCでは累積DIと f_{1t} ともに、共通変動にほとんどの変動が吸収されて因

第9表 累積DIと第1共通変動要因(f_{1t})の因果関係

		累積DI			f_{1t}		
先行指標から一致指標	前期	Granger	RVC*	CCF	Granger	RVC*	CCF
	後期	Granger	RVC*	CCF	Granger	RVC*	CCF
先行指標から遅行指標	前期	•	RVC*	CCF	•	RVC*	CCF
	後期	•	RVC*	CCF	•	RVC*	CCF
一致指標から遅行指標	前期	•	•	CCF#	Granger#	•	CCF#
	後期	Granger	•	CCF#	Granger	•	CCF#

(注) 右肩にあるFはフィードバックの関係を示し、#は期待されている因果関係が逆になっていることを示す。

(出所) 筆者作成。

果関係の方向は検出されない。CCFでは累積DIと f_{1t} ともに同じパターンを示し、後期と全期間はフィードバックの関係が示唆される。前期は累積DIと f_{1t} ともに逆の方向が検出される。

以上の結果をまとめたのが第9表である。因果関係が検出された個所にはその手法が明記され、検出されない個所には「・」が示されている。この表から先行、一致および遅行の因果関係においても、累積DIと f_{1t} はほぼ同じ傾向であることがわかる。しかしながら、両者ともに一致指標から遅行指標への関係において前期では遅行指標が一致指標に影響を与え、後期では一致指標と遅行指標がフィードバックの関係という景気指標としては不合理な状態にある。これは、採用系列の選択の問題として今後の課題である。結果として、MTVモデルから得られた f_{1t} はタイの累積DIと比較して、ほぼ同等の景気指標と見なしても差し支えないと思われる。

[注]

- (1) 内容については補論の1にある「MTVモデル」を参照すること。詳しい内容は刈屋武昭『計量経済分析の考え方と実際』東洋経済新報社 1986年 87～91ページが参考となる。
- (2) MTVモデルによる景気指標は(1)の153～157ページを参照。

- (3) アジア経済研究所統計調査部『アジアの景気動向指数』1991年3月による。
- (4) いくつかの系列はDI作成の前に局面移動平均（phase average trend）法によりトレンドの除去が行われている。トレンドを除去していない系列はSTOCKP, CONER, GYPSUM, IMPINDEX, IMKの5系列である。

補 論

1. MTV モデル

X_t を m 個の確率変数のベクトル $X_t = (x_{1t} \cdots x_{mt})'$ とする。主成分分析の時系列データの応用として考えられる多変量時系列変動要因分析モデル (MTV モデル) は X_t の変動を m より比較的小さな q 個の主要な共通変動要因の和として次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} X_t &= \mu_t + A f_t + \eta_t \\ f_t &= (f_{1t} \cdots f_{qt})' \\ A &= \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1q} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & \cdots & a_{mq} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\mu_t = (\mu_{1t} \cdots \mu_{mt})'$ は X_t の平均値 $E\{X_t\}$ 、 f_t は q 個の要素を持つ共通変動要因、 η_t は誤差項、 A は共通変動の各要素が X_t の各要素に与える影響を表す係数行列である。解の一意性を保障するため、 $A'A = I$ とする。なおデータとして与えられているのは X_t のみであり、それ以外の μ_t 、 A 、 f_t 、 η_t は推計されるべきパラメータである。また、 f_t の各要素 f_{jt} 、 $j=1 \cdots q$ は $E\{f_{jt}\} = 0$ 、お互いに無相関であり、自己回帰移動平均モデル (ARMA) に従う定常確率過程と仮定する。すなわち、 ϵ_{jt} 、 $j=1 \cdots q$ をホワイトノイズに従う系列とすれば、

$$\phi_j(B)f_{jt} = \theta_j(B)\epsilon_{jt}$$

である。 B をラグオペレータとすれば、 $\phi_j(B)$ および $\theta_j(B)$ はそれぞれ AR、MA に対応するラグ多項式である。 f_t の要素の分散の大きさは、

$$\text{Var}(f_{1t}) \geq \text{Var}(f_{2t}) \geq \cdots \geq \text{Var}(f_{qt})$$

となるように並べられている。さらに f_t の要素は互いに無相関な系列なので、その共分散行列は対角になる。

主要な共通変動要因の個数 q は主成分分析と同じように、 X_t の全変動に対する共通変動要因による変動の割合、これを累積寄与率 λ_q と呼ぶ、 λ_q が一定の水準以上になるように選ばれる。ここで、 $B = (A A^*)$ 、 $F_t = (f_t f_t^*)'$ と

おくと、(1)式は、

$$\begin{aligned} X_t &= \mu_t + Bf_t \\ &= \mu_t + Af_t + A^* f_t^* \end{aligned}$$

と表わされるので、 $\eta_t = A^* f_t^*$ である。なお、 A^* は A と同じ係数行列で $m \times (m-q)$ 、 f_t^* は $m-q$ 個の要素を持つ f_t と同じ共通変動要因であり、 $f_t^* = (f_{q+1,t} \cdots f_{m,t})'$ である。 X_t の全変動を $\Delta = \text{tr}[E\{X_t X_t'\}]$ とする。 f_t と f_t^* は互いに無相関なので、(1)式から X_t の共分散行列を計算し、そのトレースをとれば、

$$\Delta = \text{tr}[E\{Af_t f_t' A'\}] + \text{tr}[E\{\eta_t \eta_t'\}]$$

となる。累積寄与率は、 $\lambda_q = \text{tr}[E\{Af_t f_t' A'\}] / \Delta$ である。もちろん $\lambda_m = 1$ である。さらに、誤差項の共分散行列は、

$$E\{\eta_t \eta_t'\} = A^* E\{f_t^* f_t^{*'}\} A^*$$

となり、対角行列ではない。このことから η_t の要素は互いに相関をもっていることがわかる。なお、MTV モデルにおいて共通変動要因 f_t をホワイトノイズの系列に置き換えれば通常の主成分分析と同等になる。

2. RVC および 1 因子モデルによって補正された RVC*

平均 0 を持つ m 次元弱定常状態の時系列を $y_t = (y_{1t} \cdots y_{mt})'$ 、同じく m 次元ホワイトノイズの系列を $u_t = (u_{1t} \cdots u_{mt})'$ とする時、次数 p の VAR モデル ($\text{VAR}(p)$) は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} y_t &= \Phi_1 y_{t-1} + \cdots + \Phi_p y_{t-p} + u_t \\ \Phi_k &= \begin{pmatrix} \phi_{k,11} & \cdots & \phi_{k,1m} \\ \vdots & & \vdots \\ \phi_{k,m1} & \cdots & \phi_{k,mm} \end{pmatrix} \quad k=1 \cdots p \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

一般にはこのモデルの残差 (イノベーション) u_t の共分散行列 G は対角行列ではない。また、 $\text{VAR}(p)$ の次数 p の決定は、すなわち、モデルの当てはまりの良さは AIC 基準をもとに判断し、最小の AIC の値を持つモデルが最

適なモデルとして選択される。VAR(p)が定常性の条件を満たす時、無限次元の移動平均モデルに書き直すことができる。

$$y_t = \Psi_0 u_t + \Psi_1 u_{t-1} + \dots$$

$$\Psi_k = \begin{pmatrix} \psi_{k,11} \cdots \psi_{k,1m} \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \psi_{k,m1} \cdots \psi_{k,mm} \end{pmatrix}, \quad \Psi_0 = I_m \quad \dots \quad (3)$$

ここで残差の共分散行列 G が対角行列と仮定する。この時、 u_t の要素は互いに無相関なので y_t の i 番目の要素である y_{it} の分散は次のように m 個の変動に分解することができる。

$$E\{y_{it}^2\} = \sum_{j=1}^m \left(\sum_{K=0}^{\infty} \psi_{K,ij}^2 \right) \sigma_j^2$$

この式の両辺を $E\{y_{it}^2\}$ で割ると、

$$1 = \sum_{j=1}^m \left[\left(\sum_{K=0}^{\infty} \psi_{K,ij}^2 \right) \sigma_j^2 / E\{y_{it}^2\} \right]$$

となる。右辺の [] の中を $RVC_{j \rightarrow i}$ と置く。この $RVC_{j \rightarrow i}$ は変数 j から変数 i に対する寄与度を与える (山本拓『経済時系列分析』創文社、1988年参照)。

共分散行列 G の無相関性は、帰無仮説を $H_0 : G$ は対角行列、として尤度比統計量 λ によって検定することができる。

$$-2 \log(\lambda) = N \{ \log | \text{DIAG}(g_{11} \cdots g_{mm}) | - \log | G | \} \quad \dots \quad (4)$$

ここで、 $|G|$ は行列式の値、DIAG は対角行列である。この仮説が正しければ、 $-2 \log(\lambda)$ は自由度 $k(k-1)/2$ の χ^2 分布に従う。

G が対角行列ではない場合には、RVC の理論的な根拠は必ずしも保証されない。そこで、G を対角化するため、残差の系列 u_t に対して 1 因子を持つ因子分析を行う (西尾敦「多変量時系列の相互依存度の計測とその台湾経済のマクロ経済分析への応用」(坂井秀吉・小島末夫編『香港・台湾の経済変動—成長と循環の分析—』アジア経済研究所、1988年参照)。

$$u_t = a f_t + \varepsilon_t \quad \dots \quad (5)$$

ここで f_t は $E\{f_t\} = 0$, $E\{f_t^2\} = 1$ となる共通因子 (common factor), $a' = (a_1 \cdots a_m)$ は共通因子の因子負荷量 (factor loading), $\varepsilon_t' = (\varepsilon_{1t} \cdots \varepsilon_{mt})$ は独自因子 (unique factor) である。 ε_t の共分散行列 D は対角行列となる。これらの関係は次のようである。

$$G = aa' + D$$

この因子分析によって a , f_t および ε_t を同時に決めることができる。その時、変換された MA プロセスは、(5)式を(3)式に代入して得ることができる。

$$\begin{aligned} y_t &= \Psi_0(a f_t + \varepsilon_t) + \Psi_1(a f_{t-1} + \varepsilon_{t-1}) + \cdots \\ &= (\Psi_0 \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots) + (\Psi_0 a f_t + \Psi_1 a f_{t-1} + \cdots) \end{aligned}$$

独自因子の系列 ε_t は要素どうし互いに無相関であり、さらに、 f_t と ε_t もまた互いに無相関であることから、 y_{it} の分散は m 個の独自因子に関わる変動と 1 個の共通因子に関わる変動の和で表すことができる。

$$E\{y_{it}^2\} = \sum_{j=1}^m \left(\sum_{k=0}^{\infty} \psi_{k,ij}^2 \right) v_j^2 + \sum_{j=1}^m \left(\sum_{k=0}^{\infty} \psi_{k,ij} a_j \right)^2$$

ここで v_j^2 は ε_t の j 番目の要素の分散である。この両辺を $E\{y_{it}^2\}$ で割ると、

$$1 = \sum_{j=1}^m \left[\left(\sum_{K=0}^{\infty} \psi_{K,ij}^2 \right) v_j / E\{y_{it}^2\} \right] + \sum_{j=1}^m \left[\left(\sum_{K=0}^{\infty} \psi_{K,ij} a_j \right)^2 / E\{y_{it}^2\} \right]$$

となる。さらに、右辺の第 1 項の [] の中を $RVC^*_{j \rightarrow i}$, 第 2 項を μ_i とおくと、

$$1 = \sum_{j=1}^m RVC^*_{j \rightarrow i} + \mu_i$$

と表され、 μ_i は m 個の変数から、変数 i に対する共通変動の相対予測分散寄与率であり、 $RVC^*_{j \rightarrow i}$ は共通変動部分を取り除いた変数 j から変数 i への相対予測分散寄与率となる。