

第1章

国際産業連関表の理論的基礎

桑 森 啓

はじめに

本章の目的は、国際産業連関表の理論的な基礎づけを検討することである。国際産業連関表は、Wonacott (1961) がカナダと米国を連結し、1949年を対象として作成した表を端緒として、1960年代以降、米国や日本で作成が行われるようになった。とくに日本では、アジア経済研究所を中心に、アジアの国々を対象とした国際産業連関表が40年以上にわたって作成されてきた。この間、各国の表形式やデータの整備状況などをふまえ、さまざまな試行錯誤を経て国際産業連関表の作成に関する方法論が確立されてきた。しかし、本格的な作成が開始される前に国際産業連関表の理論的枠組みを検討した山下 (1969) や山下・坂井・加賀美 (1970) などの研究は存在するものの、その後確立されてきた方法論が関連分野との関係において十分に議論・整理されてきたとは言い難い。そこで、本章では、現在の国際産業連関表が依拠している理論的基盤について検討を行う。なお、国際産業連関表の作成方法（モデル）には幾つかのバリエーションが存在するが、ここでは、アジア経済研究所が作成している国際産業連関モデルを対象として、その理論的意味づけを検討することとする。その理由は、上でも述べたとおり、アジア経済研究所は継続的に国際産業連関表を作成しているほぼ唯一の機関であり、そのモデルはこの分野においてひとつの雛型となってきたからである。

以下では、まず第1節および第2節において、国際産業連関表の理論的背景を提供している地域間産業連関表について、代表的なモデルとその特徴を説明する。その後、第3節において国際産業連関モデルの概要を説明するとともに、地域間産業連関モデルとの比較を行い、国際産業連関モデルの位置づけを明らかにすることを試みる。最後に、地域間産業連関モデルを国際産業連関モデルに適用することにもなう課題について触れる⁽¹⁾。

第1節 地域間産業連関モデル（アイサード・モデル）

地域間産業連関表の基本的な考え方は、Isard（1951）によって提示された。アイサードによって提示されたモデル（以下では「アイサード・モデル」と表記）は「地域間産業連関モデル」（Interregional Input-Output Model: IRIO）と呼ばれる。以下では、アイサード・モデルの考え方を説明する。

アイサード・モデルの特徴は、地域の異質性に注目している点にある。すなわち、アイサード・モデルでは、各地域で生産される財やサービスおよび市場の異質性に注目し、たとえ同じ産業の生産物であっても、異なった地域で生産された財は異なる財とみなされ、それらの間には代替性はないことが仮定されている。たとえば、ペンシルヴァニアで生産されたレンガはニューヨークやカリフォルニアで生産されたレンガとは異なる財であり、異なる市場をもつとみなされる（Isard 1951, 320）。

アイサード・モデルの考え方は、以下のように表現することができる。

いま、地域のが数が m 、各地域における産業の数が n から成り立っている経済を考える。この経済において、 x_{ij}^{rs} を s 地域の j 産業が r 地域の i 産業から購入する金額、 x_i^r を r 地域の i 産業の生産額、 $f_i^r (= \sum_{s=1}^m f_i^{rs})$ を r 地域における i 産業の生産物に対する最終需要額とする（ただし、 $r, s = 1, 2, \dots, m$ および $i, j = 1, 2, \dots, n$ ）⁽²⁾。このとき、この経済の需給バランスは次のように表される。

$$\sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{s=1}^m f_i^{rs} = \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{r'} = x_i^{r'} \quad (1.1)$$

また、 s 地域の j 産業が 1 単位の生産を行うために必要となる r 地域の i 産業からの投入額を表す「地域間投入係数」(interregional input coefficient) は、以下のように定義される。

$$a_{ij}^{rs} = \frac{x_{ij}^{rs}}{x_j^s} \quad (1.2)$$

ただし、

$$x_j^s = \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij}^{rs} + v_j^s \quad (v_j^s \text{ は } s \text{ 地域における } j \text{ 産業の付加価値額})$$

である。(1.2) より、(1.1) は以下のとおり書き換えることができる。

$$\sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}^{rs} x_j^s + \sum_{s=1}^m f_i^{rs} = \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}^{rs} x_j^s + f_i^{r'} = x_i^{r'} \quad (1.3)$$

(1.3) を、行列を用いて表現すれば、

$$A = \begin{bmatrix} A^{11} & \cdots & A^{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{m1} & \cdots & A^{mm} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} F^1 \\ \vdots \\ F^m \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} X^1 \\ \vdots \\ X^m \end{bmatrix}$$

$$A^{rs} = \begin{bmatrix} a_{11}^{rs} & \cdots & a_{1n}^{rs} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^{rs} & \cdots & a_{nm}^{rs} \end{bmatrix}, \quad F^r = \begin{bmatrix} f_1^{r'} \\ \vdots \\ f_n^{r'} \end{bmatrix}, \quad X^r = \begin{bmatrix} x_1^{r'} \\ \vdots \\ x_n^{r'} \end{bmatrix}$$

として、

$$AX + F = X \quad (1.4)$$

となる。(1.4) より、以下が成立する。

$$X = [I - A]^{-1}F \quad (1.5)$$

ただし、 I は $mn \times mn$ の単位行列である。(1.5) から明らかとなお、アイサード・モデルでは、通常の産業連関モデルと同様に、最終需要額 F が与えられれば、各地域の生産額 X を求めることができる。

第2節 多地域間産業連関モデル

アイサード・モデルでは、同じ産業の生産物であっても、異なる地域で生産されたものであれば異なる財であり、それぞれ異なる市場をもつとみなされるため、すべての財の需要構造は異なることになる。したがって、アイサード・モデルに基づく地域間産業連関表を作成するためには、取引額に関する情報がすべて必要となる。しかし、現実にはすべての取引に関する情報を収集することはきわめて困難である。そのため、限られた情報から地域間産業連関表を作成するためのさまざまな方法が提案されてきた。このように、限られた情報から地域間産業連関表を推計するモデルを「多地域間産業連関モデル」(Multi-regional Input-Output Model: MRIO)と呼ぶ。本節では、代表的な多地域間産業連関モデルについて説明する。

1. チェネリー＝モーゼス・モデル

多地域間産業連関モデルのうち、最も代表的なものは、Chenery (1953) および Moses (1955) がほぼ同じ時期に独立に提示したモデルであり、両者の名前をとって「チェネリー＝モーゼス・モデル」と呼ばれる。

(1) 前提

チェネリー＝モーゼス・モデルは、以下の前提のもとで構築される(表1.1)。

すなわち、チェネリー＝モーゼス・モデルでは、同じ産業の生産物は、地域にかかわらず同質であることを仮定している点でアイサード・モデルとは異なるとともに、生産物の需要構造は需要者側によって決定される点に特徴がある。このことから、チェネリー＝モーゼス・モデルは「列係数モデル(Column Coefficient Model)」とも呼ばれる。

表1.1 チェネリー＝モーゼス・モデルの前提

データの利用可能性に関する前提	他地域からの移入表が分離されていない競争型の地域産業連関表が、各地域について利用可能である。
モデルに関する仮定	<p>①同じ産業の生産物は、地域間で完全代替的である（同じ産業の生産物は、同一の市場で取引される）。</p> <p>②各産業の生産物の需要比率および地域間の比率は、需要者側によって決定される。</p> <p>③各地域の産業はそれぞれの財について、同一の需要構造を持つ（地域間交易係数は一定）。</p>

(出所) 筆者作成。

(2) モデル

チェネリー＝モーゼス・モデルは以下のように表現される。 s 地域のすべての産業に供給される r 地域の i 産業の生産物の総額 (s 地域の r 地域第 i 産業からの移入額) x_i^{rs} は以下のように表わされる。

$$x_i^{rs} = \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs} \quad (1.6)$$

また、 i 産業の生産物に対する r 地域の需要総額 x_i^s は、以下のように表わされる。

$$x_i^s = \sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{r=1}^m f_i^{rs} = \sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^s \quad (1.7)$$

(1.6) および (1.7) を用いて、地域産業の地域への移出パターンを特徴づける「交易係数 (Trade Coefficient)」を次のように定義する。

$$t_i^{rs} = \frac{x_i^{rs}}{x_i^s} = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs}}{\sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{r=1}^m f_i^{rs}} = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs}}{\sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^s} \quad (1.8)$$

ただし、 $\sum_{r=1}^m t_i^{rs} = 1$ である。(1.8) より、交易係数とは、 s 地域の i 産業に対する需要に占める地域のシェアを示していることがわかる。さらに、各地域の投入係数は以下のように定義される。

$$a_{ij}^s = \frac{x_{ij}^{rs}}{x_j^s} = \frac{\sum_{r=1}^m x_{ij}^{rs}}{\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij}^{rs} + v_j^s} \quad (1.9)$$

v_j^s は s 地域における j 産業の付加価値額である。これらを用いて、チェネ

リ = モーゼス・モデルを導出する。(1.1) の需給バランス式より

$$\begin{aligned} x_j^r &= \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{s=1}^m f_i^{rs} \\ &= \sum_{s=1}^m (\sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs}) \\ &= \sum_{s=1}^m x_i^{rs} \end{aligned} \quad ((1.6) \text{ より})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{s=1}^m x_i^{rs} \frac{x_i^{rs}}{x_i^{rs}} \\ &= \sum_{s=1}^m (\sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{r=1}^m f_i^{rs}) \frac{x_i^{rs}}{x_i^{rs}} \end{aligned} \quad ((1.7) \text{ より})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{s=1}^m \sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} \cdot \frac{x_i^{rs}}{x_i^{rs}} + \sum_{r=1}^m \frac{x_i^{rs}}{x_i^{rs}} \cdot f_i^{rs} \\ &= \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\sum_{r=1}^m x_{ij}^{rs}}{\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij}^{rs} + v_i^s} \cdot \frac{x_i^{rs}}{x_i^{rs}} \cdot (\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ij}^{rs} + v_i^s) + \sum_{r=1}^m \frac{x_i^{rs}}{x_i^{rs}} \cdot f_i^{rs} \\ &= \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}^s t_i^{rs} x_j^s + \sum_{r=1}^m t_i^{rs} f_i^{rs} \end{aligned} \quad ((1.8) \text{ および } (1.9) \text{ より})$$

これを行列表示すると、

$$\mathbf{T}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{X} + \mathbf{T}\mathbf{F} = \mathbf{X} \quad (1.10)$$

ただし、

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^{11} & \cdots & \mathbf{T}^{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{T}^{m1} & \cdots & \mathbf{T}^{mm} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}^1 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \hat{\mathbf{A}}^m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{F}^m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}^m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}^{rs} = \begin{bmatrix} t_1^{rs} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & t_n^{rs} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{A}}^r = \begin{bmatrix} a_{11}^r & \cdots & a_{1n}^r \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^r & \cdots & a_{nn}^r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}^r = \begin{bmatrix} f_1^{r'} \\ \vdots \\ f_n^{r'} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}^r = \begin{bmatrix} x_1^{r'} \\ \vdots \\ x_n^{r'} \end{bmatrix}$$

である。

(1.10) を \mathbf{X} について解くと、(1.5) に示されるアイサード・モデルに対応するモデル式が導出される。

$$\mathbf{X} = [\mathbf{I} - \mathbf{T}\hat{\mathbf{A}}]^{-1} \mathbf{T}\mathbf{F} \quad (1.11)$$

このモデルを用いると、中間取引部門の地域間取引額 x_{ij}^{rs} は、次式によって求めることができる。

$$x_{ij}^{rs} = t_i^{rs} a_{ij}^s x_j^s \quad (1.12)$$

(3) 問題点

(1.12) に示されるとおり、チェネリー＝モーゼス・モデルは、各地域の投入係数 (a_{ij}^s) に取引額の地域別シェアを表す地域間交易係数 (t_i^{rs}) を乗じることにより、各地域の産業間取引額を求めている。この方法により、チェネリー＝モーゼス・モデルではアイサード・モデルよりも格段に少ない情報から、地域間産業連関表を作成することが可能となる。

しかし、アイサード・モデルでは、(1.2) で表現される投入係数が、地域内のみならず地域間 ($r \neq s$) においてもレオンチェフ型の生産関数に基づいた生産技術構造を反映しているという点で、一定の理論的根拠と安定性を有していると考えられるのに対し、チェネリー＝モーゼス・モデルにおける地域間交易係数は、変動の大きい地域間交易の構造をベースにしているという点で、理論的にその根拠が曖昧であり、現実的にも係数が不安定である可能性が高い。この点について、Moses (1955) は、費用や価格に影響を及ぼさない程度に生産能力やインフラに余裕があることを、地域間投入係数の安定性が確保される条件として挙げている。具体的には、①すべての地域間における輸送ネットワーク、②各地域における生産能力、③各地域における労働供給の3点について、処理能力に余裕があれば、短期的には財や生産要素の相対価格が変化しないため、モデルを短期の予測に使用することは可能であるとしている (Moses 1955, 812-826)。

2. 行係数モデル

行係数モデル (Row Coefficient Model) は、需要者側によって地域間取引パターンが決定されることを想定していたチェネリー＝モーゼス・モデルとは対照的に、供給者側からみた地域間取引パターンに着目したモデルである⁽³⁾。

(1) 前提

行係数モデルの前提は以下のとおりである（表1.2）。

表1.2 行係数モデルの前提

データの利用可能性に関する前提	他地域からの移入表が分離されていない競争型の地域産業連関表が、各地域について利用可能である。
モデルに関する仮定	<p>① 同じ産業の生産物は、地域間で完全代替的である（同じ産業の生産物は、同一の市場で取引される）。</p> <p>② 各産業の生産物の供給比率および地域間の比率は、供給者側によって決定される。</p> <p>③ 各地域の産業はそれぞれの財について、同一の需要構造を持つ（地域間交易係数は一定）。</p>

（出所） 筆者作成。

行係数モデルに基づく地域間産業連関表は、チェネリー＝モーゼス・モデルと同様、競争移入型の地域産業連関表が利用できれば作成可能である点で、比較的現実的なモデルといえる。このモデルの特徴は、チェネリー＝モーゼス・モデルとは対照的に、各産業の生産物の需要構造は、供給者側によって決定される点にある。

(2) モデル

チェネリー＝モーゼス・モデルでは、交易係数が需要者側の各地域からの購入シェアとして定義されていたのに対し、行係数モデルにおいては、交易係数は供給側の販売シェアとして定義される。

$$u_i^{rs} = \frac{x_i^{rs}}{x_i^{r'}} = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs}}{\sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{s=1}^m f_i^{rs}} = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs}}{\sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{r'}} \quad (1.13)$$

ただし、 $\sum_{s=1}^m u_i^{rs} = 1$ である。(1.13)より、行係数モデルの交易係数は、 r 地域における i 産業の生産物の、 s 地域の j 産業に対する供給シェアを示している。(1.13)より $u_i^{rs} x_i^{r'} = x_i^{rs}$ であるから、以下の関係が成立する。

$$\sum_{r=1}^m u_i^{rs} x_i^{r'} = \sum_{r=1}^m x_i^{rs} \quad (1.14)$$

ここで、(1.14) の右辺は次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^m x_i^{rs} &= \sum_{r=1}^m (\sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs}) && ((1.6) \text{ より}) \\ &= \sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{r=1}^m f_i^{rs} \\ &= \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs} \\ &= \sum_{j=1}^n \hat{a}_{ij}^s x_j^{rs} + f_i^{rs} && ((1.9) \text{ より}) \end{aligned}$$

よって、行係数モデルのシステムは以下ようになる。

$$\sum_{r=1}^m u_i^{rs} x_i^{rs} = \sum_{j=1}^n \hat{a}_{ij}^s x_j^{rs} + f_i^{rs} \quad (1.15)$$

これを行列表示すると、

$$U'X = \hat{A}X + F \quad (1.16)$$

ただし、

$$U = \begin{bmatrix} U^{11} & \cdots & U^{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U^{m1} & \cdots & U^{mm} \end{bmatrix}, \quad U^{rs} = \begin{bmatrix} u_1^{rs} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & u_n^{rs} \end{bmatrix}$$

であり、 U' は U の転置行列である ((1.15) では、行方向 (s 地域) ではなく列方向 (r 地域) について足し上げているため)。他の行列記号は、チェネリー＝モーゼス・モデルの場合と同じである。(1.16) を X について解くと、(1.5) および (1.11) に対応する以下のモデル式が得られる。

$$X = [U' - \hat{A}]^{-1} F \quad (1.17)$$

あるいは、(1.16) の両辺に $(U')^{-1}$ を乗じて

$$X = (U')^{-1} \hat{A}X + (U')^{-1} F \quad (1.18)$$

が得られるので、これについて解いて

$$X = [I - (U')^{-1} \hat{A}]^{-1} (U')^{-1} F \quad (1.19)$$

と表現することができる。(1.18) より、行係数モデルにおける中間取引部門における地域間取引額 x_{ij}^{rs} は、以下ようになる。

$$x_{ij}^{rs} = \hat{u}_{ij}^{rs} \hat{a}_{ij}^s x_j^{rs} \quad (\hat{u}_{ij}^{rs} \text{ は } (U')^{-1} \text{ の要素}) \quad (1.20)$$

(3) 問題点

行係数モデルの問題点として、逆行列の非負性が満たされることが挙げ

られる。したがって、(1.17)あるいは(1.18)を用いて生産額を求めた場合、しばしばマイナス値が発生するという問題がある。行係数モデルにおいてマイナス値が発生する理由は以下のとおりである⁽⁴⁾。まず、(1.17)および(1.19)で表現されるモデルが必ず正值解をもつためには、 $(U)^{-1}\hat{A}$ について、以下のふたつが満たされる必要がある。

$$0 \leq \bar{w}_{ij}^{rs} \leq 1 \quad (\forall i, j, r, s) \quad (1.21)$$

$$\sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^n \bar{w}_{ij}^{rs} \leq 1 \quad (\forall s, j) \quad (1.22)$$

ただし、 \bar{w}_{ij}^{rs} は、行列 $(U)^{-1}\hat{A}$ の要素である。 \hat{A} は、チェネリー＝モーゼス・モデルにおける投入係数行列であるから、その要素および列和はすべて0と1の間の値をとる。したがって、(1.21)および(1.22)が成立するための条件は、 $(U)^{-1}$ の要素およびその行和が0と1の値をとることに帰着する。しかし、(1.13)より U の要素 u_i^{rs} は $0 \leq u_i^{rs} \leq 1$ かつ $\sum_{s=1}^m u_i^{rs} = 1$ である。 $(U)^{-1}$ は U の逆行列であるから、 $U(U)^{-1} = I$ が成立するが、そのためには、 $(U)^{-1}$ の要素にはマイナス値が存在しなくてはならないため、 $(U)^{-1}\hat{A}$ について、上記のふたつの条件が満たされない。したがって、行係数モデルにおいては、逆行列の非負性が保証されないことになる。これは、行係数モデルが、生産を規定する投入係数(\hat{A})については需要側によって決定されるのに対し、交易(U)については供給側によって決定されるという相互に矛盾する仮定に基づいて構成されているためである(Richardson 1972, 66-67)。

3. レオンチェフ＝ストラウト・モデル

上で検討したチェネリー＝モーゼス・モデルや行係数モデルが、地域間交易のパターンに関して、一定の意味づけを与えることを通じて、限られた情報から地域間産業連関モデルを構築しようとしたのに対し、レオンチェフとストラウト(Leontief and Strout 1963)は、理論的に厳密ではないが、利用可能なデータから分析に有用なツールを提供することを意図したモデルを提案した(Leontief and Strout 1963, 119)。

(1) 前提

レオンチェフ＝ストラウト・モデルの前提は以下のとおりである（表1.3）。

表1.3 レオンチェフ＝ストラウト・モデルの前提

データの利用可能性に関する前提	他地域からの移入表が分離されていない競争型の地域産業連関表が、各地域について利用可能であるとともに、2地域間の取引に関する特徴を表す指標（定数）が利用可能であること。
モデルに関する仮定	①同じ産業の生産物は、地域間で完全代替的である（同じ産業の生産物は、同一の市場で取引される）。 ②各地域の供給者は、生産物を全地域共同の「供給プール」に供給し、各地域の需要者は、生産物を全地域共同の「需要プール」から購入する。

（出所）筆者作成。

すなわち、レオンチェフ＝ストラウト・モデルでは、他のモデルのように、各地域の供給者は、自らの生産物がどの地域で需要されるかについては問題とせず、各地域の需要者も生産物がどの地域から供給されるかについて区別することはない。

(2) モデル

レオンチェフ＝ストラウト・モデルでは、2地域間における産業の生産物の取引量は、次式によって決定される。

$$x_i^{rs} = \frac{x_i^{r'} \cdot x_i^{s'}}{x_i^{r'}} \cdot q_i^{rs} \quad (r \neq s) \tag{1.23}$$

ただし、

$x_i^{r'} = \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{s=1}^m f_i^{rs} = \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{r'}$ (r 地域における i 産業の生産物の総供給量)

$x_i^{s'} = \sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{r=1}^m f_i^{rs} = \sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{s'}$ (s 地域における i 産業の生産物の

総需要量)

$$x_i = \sum_{r=1}^m x_i^{r'} = \sum_{s=1}^m x_i^{s'} \quad (\text{経済全体で生産・消費される } i \text{ 産業の生産物の総量})$$

$$q_i^{rs} \quad (i \text{ 産業の生産物の } 2 \text{ 地域間の取引に関する特徴を表す定数})$$

である。すなわち、 i 産業の生産物の地域間取引量は、 r 地域の供給量の合計と s 地域の需要量の合計に比例し、経済全体の総量に反比例する。もしも、 r 地域の供給プールにおける総供給量 $x_i^{r'}$ と s 地域の需要プールにおける総需要量 $x_i^{s'}$ のいずれかがゼロになれば、両地域間の取引はゼロになり、反対に総供給量と総需要量のいずれかが 2 倍になれば、両地域間の取引量も 2 倍になる (金子 1971, 160)。

ここで、 $x_i^{r'} = \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs}$ および $x_i^{s'} = \sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{r=1}^m f_i^{rs}$ を (1.23) に代入し、地域内取引を加えて変形すると、 r 地域と s 地域の地域間取引に関する次式を得る。

$$x_i^{r'} = \frac{x_i^{r'}}{x_i} \cdot \sum_{s \neq r}^m x_i^{s'} q_i^{rs} + \sum_{s \neq r}^m f_i^{rs} + \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rr} + f_i^{rr} \quad (1.24)$$

$$x_i^{s'} = \frac{x_i^{s'}}{x_i} \cdot \sum_{r \neq s}^m x_i^{r'} q_i^{rs} + \sum_{r \neq s}^m f_i^{rs} = \sum_{j=1}^n x_{ij}^{ss} + f_i^{ss} \quad (1.25)$$

一方、各地域の需給バランス式は以下ようになる。

$$x_i^{s'} = \sum_{j=1}^n a_{ij}^s x_j^{s'} + \sum_{r=1}^m f_i^{rs} = \sum_{j=1}^n a_{ij}^s x_j^{s'} + f_i^{s'} \quad (1.26)$$

ここで、 a_{ij}^s は (1.9) で表される投入係数である。前提により、投入係数 a_{ij}^s 、最終需要 f_i^{rs} および地域間取引の特徴を表す定数 q_i^{rs} が所与であるから、(1.24) ~ (1.26) の 3 つの連立方程式体系を解くことにより、各地域の生産額および地域間取引額を求めることができる。具体的な解法は以下のとおりである⁽⁵⁾。まず、(1.25) の s を r に置き換えると、

$$x_i^{r'} = \frac{x_i^{r'}}{x_i} \cdot \sum_{s \neq r}^m x_i^{s'} q_i^{sr} + \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rr} \quad (1.27)$$

となる。(1.24) および (1.27) を変形すると、

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{rr} x_i^{r'} = x_i^{r'} x_i^{r'} - x_i^{r'} \sum_{s \neq r}^m x_i^{s'} q_i^{rs} \quad (1.28)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^{rr} x_i^{r'} = x_i^{r'} x_i^{r'} - x_i^{r'} \sum_{s \neq r}^m x_i^{s'} q_i^{sr} \quad (1.29)$$

となる。さらに、(1.28) および (1.29) を一本にまとめると、

$$x_i^{r'} x_i^{s'} - x_i^{r'} \sum_{s \neq r}^m x_i^{s'} q_i^{rs} = x_i^{r'} x_i^{s'} - x_i^{r'} \sum_{s \neq r}^m x_i^{r'} q_i^{sr} \quad (1.30)$$

が成立する。ここで、 $x_i^{r'} = \sum_{r=1}^m x_i^{r'} = \sum_{s=1}^m x_i^{s'}$ を (1.30) に代入して整理すると、(1.30) は以下のように書き換えられ、地域間取引に関するバランス式が得られる。

$$x_i^{r'} \sum_{s \neq r}^m x_i^{s'} (1 - q_i^{rs}) = x_i^{r'} \sum_{s \neq r}^m x_i^{r'} (1 - q_i^{sr}) \quad (\text{地域間取引バランス}) \quad (1.31)$$

(1.31) は非線型であるため、以下のように、基準時からの乖離を用いた一次近似により線型体系に変換する。

$$x_i^{r'} = \bar{x}_i^{r'} + \Delta x_i^{r'} \quad (1.32)$$

$$x_i^{s'} = \bar{x}_i^{s'} + \Delta x_i^{s'} \quad (1.33)$$

ただし、

$\bar{x}_i^{r'}, \bar{x}_i^{s'}$: 基準年次の移出入額

$\Delta x_i^{r'}, \Delta x_i^{s'}$: 基準年次からの乖離額

である。(1.32) および (1.33) を (1.31) に代入して整理すると、次の線型方程式を得る。

$$\sum_{s=1}^m \Delta x_i^{s'} c_i^{rs} = \sum_{s=1}^m \Delta x_i^{r'} d_i^{rs} \quad (1.34)$$

ただし、

$$c_i^{rs} = \begin{cases} \bar{x}_i^{r'} (1 - q_i^{rs}) & (if r \neq s) \\ \bar{x}_i^{r'} - \sum_{p=1}^m \bar{x}_i^{p'} (1 - q_i^{pr}) & (if r = s) \end{cases}$$

$$d_i^{rs} = \begin{cases} \bar{x}_i^{s'} (1 - q_i^{sr}) & (if r \neq s) \\ \bar{x}_i^{s'} - \sum_{p=1}^m \bar{x}_i^{p'} (1 - q_i^{rp}) & (if r = s) \end{cases}$$

である。また、(1.32) および (1.33) を用いて、各地域の需給バランス式を、基準時からの乖離を用いて書き直すと、以下ようになる。

$$\Delta x_i^{s'} = \sum_{j=1}^n a_{ij}^s \Delta x_j^{s'} + \sum_{r=1}^m \Delta f_i^{rs} \quad (1.35)$$

(1.34) および (1.35) より、レオンチェフ＝ストラウト・モデルは、以下のように行列表示することができる⁽⁶⁾。

$$G \Delta X = H \hat{A} \Delta X + H \Delta F \quad (1.36)$$

ただし、 \hat{A} は (1.10) で定義された投入係数行列であり、 G および H は、以

下のとおり定義されるブロック行列である。

$$G = \begin{bmatrix} G^{11} & \cdots & G^{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G^{m1} & \cdots & G^{mm} \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} H^{11} & \cdots & H^{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H^{m1} & \cdots & H^{mm} \end{bmatrix}$$

$$G^{rs} = \begin{bmatrix} g_1^{rs} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & g_n^{rs} \end{bmatrix}, \quad H^{rs} = \begin{bmatrix} h_1^{rs} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & h_n^{rs} \end{bmatrix}$$

$$g_i^{rs} = \begin{cases} \bar{x}_i^{r'}(1 - q_i^{rs}) & (ifr \neq k) \\ 1 & (ifr = k) \end{cases}$$

$$h_i^{rs} = \begin{cases} \bar{x}_i^{s'}(1 - q_i^{rs}) & (ifs \neq k) \\ 1 & (ifs = k) \end{cases}$$

(1.36) を ΔX について解くと、

$$\Delta X = [I - (G')^{-1}H\hat{A}]^{-1}H\Delta F \quad (1.37)$$

となり、チェネリー＝モーゼス・モデルの (1.11) および行係数モデルの (1.19) に対応するモデル式が得られたことになる。

(3) 問題点

レオンチェフ＝ストラウト・モデルは、比較的緩やかな仮定とデータ制約の下で地域間産業連関表を推計することができる反面、以下のような問題点が存在する。

第1に、行係数モデルと同様、逆行列の非負性が満たされないため、このモデルから推計される生産額にマイナス値が生じる可能性があることである。具体的には、行係数モデルの場合と同様の議論により、 $G'(G')^{-1} = 1$ が成立するためには、(1.37) における $(G')^{-1}$ に、マイナスの要素が存在しなければならなくなってしまう。

第2に、双方搬出 (cross-hauling/cross-shipments) と呼ばれる問題がある。双方搬出とは、2地域間で同一の財が、同時に取引される現象のことを指す (Round 1985, 393)⁽⁷⁾。双方搬出が問題となるのは、それにより地域間取引が過

小評価されてしまうためである (Richardson 1972, 65ほか)。この問題は、部門統合にともなって不可避免的に生じるものであるが、(1.23) で示されるレオンチェフ＝ストラウト・モデルにおいては、各地域の生産物は区別されず、すべて同一の供給プールおよび需要プールを通じて取引されるため、他のモデルと比較しても、同一財として分類される財の取引について、移出と移入が同時に行われる状況が発生しやすい。

第3に、2地域間の取引に関する特徴を表す定数 q_i^{rs} に関する情報をどのように推計するかという問題がある。レオンチェフ＝ストラウト・モデルでは、 q_i^{rs} は所与とされているが、現実の問題として、この定数が意味するところを特定し、かつそのデータを地域別産業別に入手することは容易ではない⁽⁸⁾。競争輸入型の地域産業連関表に加えて、この定数に関する情報が必要になるという点で、レオンチェフ＝ストラウト・モデルは、先のふたつのモデルよりも、より厳しいデータ制約に立脚しているといえる。

表1.4 多地域間産業連関モデルの比較

	チェネリー＝ モーゼスモデル	行係数モデル	レオンチェフ＝ ストラウト・モデル
地域間取引額の推計式	$x_{ij}^{rs} = t_i^{rs} a_{ij}^s x_j^s$	$x_{ij}^{rs} = \tilde{u}_j^{rs} a_{ij}^s x_j^s$	$x_i^{rs} = \frac{x_j^r x_i^s}{x_i^r} q_j^{rs}$
モデル体系 (行列表示)	$X = (I - T\hat{A})^{-1}TF$	$X = [(I - (U)^{-1}\hat{A})]^{-1}(U)^{-1}F$	$\Delta X = [I - (G)^{-1}H\hat{A}]^{-1}H\Delta F$
地域間取引に関する仮定	需要者側が生産物の需要比率および地域間の比率を決定。	供給者側が生産物の供給比率および地域間の比率を決定。	供給者・需要者ともに供給元および需要先は問題にせず。
地域間表作成に必要な情報	・競争輸入型の地域表	・競争輸入型の地域表	・競争輸入型の地域表 ・ q_i^{rs} に関する情報
主な問題点	・交易係数の不安定性	・交易係数の不安定性 ・逆行列 $(U)^{-1}$ の非負性の不成立	・交易係数の不安定性 ・逆行列 $(G)^{-1}$ の非負性の不成立

(出所) Polenske (1970) などに基づいて筆者作成。

(4) 小 括

本節では、国際産業連関モデルの理論的背景となっている多地域間産業連関モデルのうち、最も代表的な3つのモデルを取り上げ、それらの特徴や問題点について検討した。これまでの検討結果は、およそ表1.4のようにまとめられる。

第3節 国際産業連関モデル

前節では、国際産業連関モデルの理論的背景となった多地域間産業連関モデルについて、その特徴を検討した。本節では、アジア経済研究所で採用されている国際産業連関モデルについて説明し、前節で紹介した多地域間産業連関モデルとの関係を明らかにすることを試みる。

1. 前 提

アジア経済研究所で作成している国際産業連関表は、対象各国において輸入表が分離された非競争型の産業連関表が利用可能であることを前提として、貿易統計に基づいて輸入表を各国の輸入比率で分割することにより作成されている。このことは、以下を仮定していることになる。

- ①国産財と輸入財の間には代替性はないが、輸入財については、生産地にかかわらず完全に代替的である（同じ産業の輸入財は、同一の市場で取引される）。
- ②輸入財について、各産業の生産物の需要比率および地域間の比率は、需要側が決定する。
- ③各地域の産業はそれぞれの輸入財について、同一の需要構造をもつ（地域間交易係数は一定）。

仮定②より、国際産業連関モデルでは、地域間取引に関してはチェネリー

= モーゼス・モデルと同様の想定をおいていることがわかる。

2. モデル

以下では、国際産業連関モデルのうち、最も基本的なモデルについて述べた後、特別調査の結果などを加味した場合のモデルについて説明する。

(1) 基本モデル

基本的な国際産業連関モデルは、以下のように表現することができる。 s 国における i 産業からの輸入額の合計を \bar{m}_i^s 、 s 国における r 国の i 産業からの輸入額を \hat{m}_i^{rs} とすると、 \bar{m}_i^s および \hat{m}_i^{rs} は、それぞれ次のように定義される。

$$\bar{m}_i^s = \sum_{r \neq s}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{r \neq s}^m f_i^{rs} \quad (1.38)$$

$$\hat{m}_i^{rs} = \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs} \quad (r \neq s) \quad (1.39)$$

(1.38) および (1.39) より、 s 国における i 産業の輸入全体に占める r 国のシェアは以下ようになる。

$$\bar{t}_i^{rs} = \frac{\hat{m}_i^{rs}}{\bar{m}_i^s} = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs}}{\sum_{r \neq s}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + \sum_{r \neq s}^m f_i^{rs}} \quad (r \neq s) \quad (1.40)$$

ただし、 $\sum_{r \neq s}^m \bar{t}_i^{rs} = 1$ である。一方、 s 国 j 産業の他国の i 産業からの輸入額を \bar{m}_{ij}^s とすると、 s 国 j 産業の輸入投入係数 \bar{a}_{ij}^s は、次のように計算される。

$$\bar{a}_{ij}^s = \frac{\bar{m}_{ij}^s}{x_j^s} \quad (1.41)$$

(1.41) より、 s 国 j 産業の他国の i 産業からの輸入額 \bar{m}_{ij}^s は、

$$\bar{m}_{ij}^s = \bar{a}_{ij}^s x_j^s \quad (1.42)$$

したがって、国際産業連関表における国別産業別輸入額は、(1.42) における産業別輸入額に (1.40) で示される交易係数（国別シェア）を乗じたものとして求めることができる。

$$\bar{m}_{ij}^{rs} = \bar{t}_i^{rs} \bar{m}_{ij}^s = \bar{t}_i^{rs} \bar{a}_{ij}^s x_j^s \quad (r \neq s \text{ for } \bar{t}_i^{rs}, \bar{m}_{ij}^{rs}) \quad (1.43)$$

上記の国際産業連関モデルを行列表示すると以下ようになる。

$$X = \tilde{A}X + F \quad (1.44)$$

ただし、 X および F は、地域間産業連関モデルおよび多地域間産業連関モデルにおける生産額および最終需要額であり、 \tilde{A} は、以下の投入係数行列である。

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A^{11} & \tilde{M}^{12} & \cdots & \tilde{M}^{1m} \\ \tilde{M}^{21} & A^{22} & \cdots & \tilde{M}^{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{M}^{m1} & \tilde{M}^{m2} & \cdots & A^{mm} \end{bmatrix}$$

$$A^{rr} = \begin{bmatrix} a_{11}^{rr} & \cdots & a_{1n}^{rr} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^{rr} & \cdots & a_{nn}^{rr} \end{bmatrix} \quad (r = s)$$

$$\tilde{M}^{rs} = \begin{bmatrix} \tilde{m}_{11}^{rs} & \cdots & \tilde{m}_{1n}^{rs} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{m}_{n1}^{rs} & \cdots & \tilde{m}_{nn}^{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{t}_1^{rs} \tilde{a}_{11}^s & \cdots & \tilde{t}_1^{rs} \tilde{a}_{1n}^s \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{t}_n^{rs} \tilde{a}_{n1}^s & \cdots & \tilde{t}_n^{rs} \tilde{a}_{nn}^s \end{bmatrix} \quad (r \neq s)$$

(1.44) を X について解くと、以下のモデル式が得られる。

$$X = [I - \tilde{A}]^{-1}F \quad (1.45)$$

(2) 特別調査によるモデルの修正

上述の基本モデルに基づいて作成された国際産業連関表においては、国別輸入表は輸入相手国からの輸入額シェアに応じて分割して作成されるため、各国の輸入構造は、どの輸入相手国についても同一になってしまう。そこで、輸入財需要先調査などの特別調査を実施し、その結果を反映させることにより、輸入構造をより現実に近づけることが必要となる。特別調査の結果に基づいて輸入投入係数を修正するパラメーターを α_{ij}^{rs} ($r \neq s$) とすると、基本モデルにおける (1.43) は、以下のように修正される。

$$\tilde{m}_{ij}^{rs} = \alpha_{ij}^{rs} \tilde{t}_i^{rs} \tilde{a}_{ij}^s x_j^s \quad (r \neq s \text{ for } \alpha_{ij}^{rs}, \tilde{t}_i^{rs}) \quad (1.46)$$

しかし、輸入財の需要先調査はコストがかかるため、実際には限られた国について、限られたサンプルによる調査しか行うことができず、輸入投入係数の修正パラメーター α_{ij}^{rs} を利用できない取引も多い。もしも、特別調査な

どの修正情報が得られない場合、修正パラメーターの値は1となる ($\alpha_{ij}^{rs}=1$)。また、修正モデルを行列表示すると以下ようになる。

$$X = \bar{\bar{A}}X + F \tag{1.47}$$

ただし、

$$\bar{\bar{A}} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{A}}^{11} & \bar{\bar{M}}^{12} & \cdots & \bar{\bar{M}}^{1m} \\ \bar{\bar{M}}^{21} & \bar{\bar{A}}^{22} & \cdots & \bar{\bar{M}}^{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\bar{M}}^{m1} & \bar{\bar{M}}^{m2} & \cdots & \bar{\bar{A}}^{mm} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{M}}^{rs} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{m}}_{11}^{rs} & \cdots & \bar{\bar{m}}_{1n}^{rs} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\bar{m}}_{n1}^{rs} & \cdots & \bar{\bar{m}}_{nn}^{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^{rs} \bar{t}_1^{rs} \bar{a}_{11}^s & \cdots & \alpha_{n1}^{rs} \bar{t}_1^{rs} \bar{a}_{1n}^s \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1}^{rs} \bar{t}_n^{rs} \bar{a}_{n1}^s & \cdots & \alpha_{nn}^{rs} \bar{t}_n^{rs} \bar{a}_{nn}^s \end{bmatrix} \quad (r \neq s)$$

である。(1.47) を X について解けば、他のモデルと同様のモデル式を導くことができる。

$$X = [I - \bar{\bar{A}}]^{-1}F \tag{1.48}$$

(3) 国際産業連関モデルの特徴

基本モデルにおける (1.43) は、チェネリー＝モーゼス・モデルにおける (1.12) に対応している。チェネリー＝モーゼス・モデルでは、競争輸入型の産業連関表のみが利用可能であることを想定しているため、投入係数 a_{ij}^s と交易係数 t_i^{rs} は自地域財と移入財を区別していないが、アジア経済研究所の国際産業連関モデルは、輸入表が利用可能であることを前提としているため、輸入財のみの投入係数 \bar{a}_{ij}^s が利用可能である点が異なっている。すなわち、国際産業連関モデルは、国産財と輸入財が分離されている点では、チェネリー＝モーゼス・モデルと比較して現実的である一方、輸入財については完全代替を仮定しているため、アイサード・モデルに比べて厳しい仮定を課しているといえ、両者の中間に位置するモデルと考えることができる。さらに、(1.46) で示されるとおり、実際には特別調査の実施により、輸入財の需要構造をより現実に近づける処理がなされるため、よりアイサード・モデルに近づくことになる。これらのモデルの関係をまとめると表1.5のようになる。

表1.5 国際産業連関モデルの位置づけ

	アイサード・ モデル	国際産業連関モデル		チェネリー＝ モーゼスモデル
		(修正モデル)	(基本モデル)	
地域内（国内） 取引額	$x_{ij}^{ss} = a_{ij}^{ss} x_j^{*s}$	$x_{ij}^{ss} = a_{ij}^{ss} x_j^{*s}$	$x_{ij}^{ss} = a_{ij}^{ss} x_j^{*s}$	$x_{ij}^{ss} = t_i^s a_{ij}^{*s} x_j^{*s}$
地域間（国際） 取引額	$x_{ij}^{rs} = a_{ij}^{rs} x_j^{*s}$ ($r \neq s$)	$\bar{m}_{ij}^{rs} = a_{ij}^{rs} t_i^{rs} a_{ij}^{*s} x_j^{*s}$ ($r \neq s$)	$\bar{m}_{ij}^{rs} = \bar{t}_i^{rs} a_{ij}^{*s} x_j^{*s}$ ($r \neq s$)	$x_{ij}^{rs} = t_i^{rs} a_{ij}^{*s} x_j^{*s}$ ($r \neq s$)

(出所) 筆者作成。

表1.5では、左側に位置するモデルほど、より多くの情報を利用した現実的なモデルである反面、実際の作成は困難であることを示している。また、国際産業連関モデルではチェネリー＝モーゼス・モデルと同様、需要構造はいずれも需要側が決定しているため、逆行列の非負性は満たされている。なお、補論では、簡単な数値例を用いて、上記3つのモデルに基づいた表を作成し、国際産業連関モデル（基本モデル）およびチェネリー＝モーゼス・モデルのアイサード・モデルからの乖離度を計測して、各モデルが表2の関係にあることやその類似度の程度を確認している。

おわりに

本章では、アジア経済研究所における国際産業連関表を例にとり、国際産業連関モデルが主としてチェネリー＝モーゼス型の地域間産業連関モデルをベースとして作成されていることを示した。地理的に異なる経済を、貿易取引を通じて連結するという点では、地域間産業連関モデルを国際産業連関表の作成にも適用することは自然な方法といえる。しかしながら、国内における地域間取引と国境をまたぐ国同士の取引には大きな違いがあり、地域間産業連関モデルの前提が国際産業連関表においては必ずしも満たされない可能性があることも認識しておく必要がある。具体的には、地域産業連関モデル

において仮定され、そのまま国際産業連関モデルにも適用されている輸入投入係数 (\bar{a}_{ij}^s) および交易係数 (\bar{t}_i^{rs}) が一定という仮定は、以下の理由から国際産業連関モデルでは、地域間産業連関モデルと比較して成立しにくいと考えられる。第1に、国内の地域間取引と比較して、国際間の取引はさまざまな要因（政策変更、政治的不安定など）により変動しやすいと考えられることである。第2に、国内の各地域と比較して、国レベルではさまざまな面で異質性が高いことである（民族や文化、宗教、習慣などの違いに基づく選好パターンや技術水準の違いなど）。したがって、国際産業連関表においては、地域間産業連関モデルの単純な適用ではなく、特別調査の実施などによる情報の収集が重要になると考えられる。

[注] _____

- (1) 国際産業連関表の具体的な形式については、補章の図 A.1 およびその説明や、本章末尾補論の表 A1.1～A1.3などを参照のこと。
- (2) 本来ならば、右肩の地域を表す添え字 r, s と同様、右下の財を表す添え字 i, j についても集計した場合にはドット「 \cdot 」を用いて表現するのが整合的な対応と考えられるが（例： $x_i^{rs} = \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs}$ ）、産業連関分析においては、この表現は必ずしも一般的でないため、財の場合は、集計された財の記号を省略することとする（例： $x_i^{rs} = \sum_{j=1}^n x_{ij}^{rs} + f_i^{rs}$ 、財 j について集計した場合、 j の記号を添え字から省略 (x_i^{rs})）。
- (3) 行係数モデルについては、Polenske (1966; 1970; 1972)、Bon (1984) および Toyomane (1988) などに詳しい。
- (4) この部分の説明は、Bon (1984) を参考にしている。
- (5) 以下では、簡略化のため、最終需要に関する表記 (f) は省略する。なお、最終需要を省略しても、得られる結論に変化はない。
- (6) 第4章においても G が行列を表すアルファベットとして使用されているが、本章の (1.36) 式で使用されている行列とは異なるものである点に注意されたい。
- (7) 双方搬出は、具体的には以下のように定義される (Kronenberg 2009, 47)。

$$z_i = (E_i + M_i) - |(E_i - M_i)|$$

ただし、 z_i は財 i の双方搬出の程度、 E_i は財 i の移出、 M_i は財 i の移入である。すなわち、同じ財に関する取引規模が近いほど、第2項が小さくなり、双方搬出の程度 z_i が大きくなる。

- (8) Leontief and Strout (1963) では、輸送費などを用いて q_i^{rs} を推計する方法が提示されているが、追加的な情報が必要である点に変わりはない (Leontief and Strout 1963, 127-131, 金子 1971, 162-163ほか)

〔参考文献〕

<日本語文献>

- 金子敬生 1971. 『産業連関の理論と適用』日本評論社.
 山下彰一 1969. 「国際産業連関分析 (I)」『アジア経済』10(8) 8月 15-33.
 山下彰一・坂井秀吉・加賀美充洋 1970. 「国際産業連関分析 (II)」『アジア経済』11(5) 5月 49-78.

<英語文献>

- Bon, Ranko 1984. "Comparative Stability Analysis of Multiregional Input-Output Models: Column, Row, and Leontief-Strout Gravity Coefficient Models," *The Quarterly Journal of Economics*, 99(4) November: 791-815.
 Chenery, Hollis B. 1953. "Regional Analysis," In *The Structure and Growth of the Italian Economy*, edited by H. B. Chenery, P. G. Clark and V. Cao-Pinna. Rome: U.S. Mutual Security Agency: 97-116.
 Isard, Walter 1951. "Interregional and Regional Input-Output Analysis: A Model of a Space-economy," *Review of Economics and Statistics*, 33(4) November: 318-328.
 Kronenberg, Tobias 2009. "Construction of Regional Input-Output Tables Using Nonsurvey Methods: The Role of Cross-Hauling," *International Regional Science Review*, 32(1) January: 40-64.
 Leontief, Wassily and Alan Strout 1963, "Multiregional Input-Output Analysis," In *Structural Interdependence and Economic Development: Proceedings of an International Conference on Input-Output Techniques, Geneva, September 1961*, edited by Tibor Barna, New York: St. Martin's Press: 119-150.
 Moses, Leon N. 1955. "The Stability of Interregional Trading Patterns and Input-Output Analysis," *American Economic Review*, 45(5) December: 803-826.
 Polenske, Karen R. 1966. *A Case Study of Transportation Models Used in Multiregional Analysis*, Ph.D. Diss., Harvard University.
 ——— 1970. "An Empirical Test of Interregional Input-Output Models: Estimation of 1963 Japanese Production," *American Economic Review Papers and Proceedings of the Eighty-second Annual Meeting of the American Economic Association*, 60(2)

- May: 76-82.
- 1972. “The Implementation of a Multiregional Input-Output Model for the United States,” In *Input-Output Techniques: Proceedings of the Fifth International Conference on Input-Output Techniques, Geneva, January, 1971*, edited by Andras Bródy and Anne P. Carter, Amsterdam: North Holland Publishing: 171-189.
- Richardson, Harry W. 1972. *Input-Output and Regional Economics*, London: Weidenfeld and Nicolson.
- Round, Jeffery I. 1985. “Decomposing Multipliers for Economic Systems Involving Regional and World Trade,” *Economic Journal*, 95(378) June: 383-399.
- Toyomane, Norimichi 1988. *Multiregional Input-Output Models in Long-Run Simulation*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Wonnacott, Ronald J. 1961. *Canadian-American Dependence: An Interindustry Analysis of Production and Prices*, Amsterdam: North Holland Publishing Company.

補論 仮説例（数値例）による比較

1. 取引表の作成

ここでは、3.3節で検討した国際産業連関モデルの位置づけを、簡単な数値例を用いて確認してみる。具体的には、3カ国および3部門からなる簡単な産業連関表を用いて、アイサード・モデル、国際産業連関モデル（基本モデル）およびチェネリー＝モーゼス・モデルの3つのモデルの比較を行う。

まず、表A1.1のように、すべての取引（セル）について調査を行って作成されたアイサード・モデルに基づく国際産業連関表が存在するとする。

この表A1.1から、チェネリー＝モーゼス・モデルおよび国際産業連関モデル（基本モデル）の考え方に基づいて表を再作成する。

まず、A1.1の国内取引および輸入を足し上げて国ごとに競争輸入型の表を作成した上で、(1.8)式に基づいて各部門の金額シェアによって再分割することによって、A1.2のようにチェネリー＝モーゼス・モデルの考え方に基づいて作成された表が得られる。

表 A1.1 アイサード型 (取引表)

		A			B			C			A	B	C	GO
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	FA	FB	FC	
A	1	150	80	100	45	30	10	27	5	15	230	260	48	1,000
	2	85	150	80	10	35	20	10	15	15	125	15	20	580
	3	40	65	100	5	30	20	8	5	10	547	15	5	850
B	1	5	13	10	10	10	50	3	1	5	5	238	10	360
	2	45	100	40	35	1,530	850	35	250	150	325	470	170	4,000
	3	2	10	25	25	700	500	2	15	25	75	1,830	61	3,270
C	1	2	5	7	10	10	10	105	10	130	61	100	340	790
	2	10	50	18	10	200	60	80	600	200	55	20	247	1,550
	3	6	5	20	10	80	100	70	250	300	30	100	754	1,725
VA		655	102	450	200	1,375	1,650	450	399	875				
GI		1,000	580	850	360	4,000	3,270	790	1,550	1,725				

(出所) 筆者作成。

(注) FA, FB, FC は、各国の最終需要を示す。

表 A1.2 チェネリー＝モーゼス・モデルに基づく取引表

		A			B			C			A	B	C	GO
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	FA	FB	FC	
A	1	72	100	84	7	122	75	8	27	20	304	141	39	1,000
	2	57	79	66	2	28	17	5	17	13	239	33	25	580
	3	97	134	112	2	25	15	2	8	6	408	29	12	850
B	1	4	6	5	7	108	67	2	5	4	18	126	8	360
	2	66	91	76	62	1,016	627	51	174	129	277	1,180	251	4,000
	3	14	20	17	66	1,076	664	9	30	22	61	1,249	43	3,270
C	1	10	13	11	3	46	28	50	169	124	41	53	242	790
	2	17	24	20	6	102	63	96	325	240	72	119	467	1,550
	3	8	11	9	6	102	63	117	396	292	33	119	569	1,725
VA		655	102	450	200	1,375	1,650	450	399	875				
GI		1,000	580	850	360	4,000	3,270	790	1,550	1,725				

(出所) 筆者作成。

(注) FA, FB, FC は、各国の最終需要を示す。

つぎに、国際産業連関モデル（基本モデル）の場合は、国内取引と輸入表が分離された非競争輸入型の産業連関表が利用可能であるため、A1.1の輸入表の部分のみを足し上げて、(1.43)式で定義されるシェアを用いて輸入表を国ごとに再度分割すれば、A1.3の国際産業連関モデルの考え方に基づいた表が得られることになる。

表 A1.3 国際産業連関モデル（基本モデル）に基づく取引表

		A			B			C			A	B	C	GO
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	FA	FB	FC	
A	1	150	80	100	26	110	63	9	30	23	230	146	33	1,000
	2	85	150	80	6	26	15	6	19	15	125	34	21	580
	3	40	65	100	5	22	13	3	9	7	547	30	10	850
B	1	3	7	4	10	10	50	2	6	5	20	238	7	360
	2	39	101	66	35	1,530	850	57	193	146	304	470	209	4,000
	3	8	22	15	25	700	500	10	33	25	67	1,830	36	3,270
C	1	6	15	10	10	42	24	105	10	130	45	55	340	790
	2	10	26	17	22	93	53	80	600	200	79	123	247	1,550
	3	5	12	8	22	93	53	70	250	300	36	123	754	1,725
VA		655	102	450	200	1,375	1,650	450	399	875				
GI		1,000	580	850	360	4,000	3,270	790	1,550	1,725				

（出所） 筆者作成。

（注） FA, FB, FC は、各国の最終需要を示す。

2. 乖離度の比較

つぎに、限られた情報に基づいて作成された A1.2 および A1.3 のふたつの表が、完全な情報に基づいて作成されたアイサード・モデルに基づいた表 A1.1 からどの程度乖離しているかを確認する。比較の方法としては、表 A1.1～A1.3 の 3 つの表から投入係数表（表 A1.5～A1.7）を作成し、チェネリー＝モーゼス・モデルと国際産業連関モデル（基本モデル）に基づく投入係数表（表 A1.6 および表 A1.7）の構造が、もとのアイサード・モデルに基づく表 A1.1 から作成された投入係数表（A1.5）の構造からどの程度乖離しているか

を以下の諸指標を用いて計測する。

(1) 相関係数 (R: Correlation Coefficient)

表の類似度を示す最も代表的な指標として、まず、次式によって求められるふたつの投入係数表の相関係数を計測する。

$$R = \frac{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij}^{rs} - a) (\hat{a}_{ij}^{rs} - \hat{a})}{\sqrt{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij}^{rs} - a)^2} \sqrt{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (\hat{a}_{ij}^{rs} - \hat{a})^2}}$$

ただし、 a_{ij}^{rs} は投入係数の実績値、 \hat{a}_{ij}^{rs} は投入係数の推計値、 a は a_{ij}^{rs} の平均値 $\left(a = \frac{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}^{rs}}{(mn)^2} \right)$ 、 \hat{a} は \hat{a}_{ij}^{rs} の平均値 $\left(\frac{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \hat{a}_{ij}^{rs}}{(mn)^2} \right)$ である。

(2) 標準誤差率 (STPE: Standardized Total Percentage Error)

標準誤差率 (STPE) とは、各投入係数の推計値 (\hat{a}_{ij}^{rs}) と実績値 (a_{ij}^{rs}) の差が、実績値の総和に占める割合を示す指標であり、次式によって計算される。

$$STPE = \frac{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |a_{ij}^{rs} - \hat{a}_{ij}^{rs}|}{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}^{rs}} \times 100$$

(3) 平均絶対差 (MAD: Mean Absolute Difference)

標準誤差率 (STPE) が実績値の総和に占める誤差の割合を示す指標であるのに対し、平均絶対差 (MAD) は、係数ひとつ当たりの平均的な誤差を示す指標であり、次式によって計算される。

$$MAD = \frac{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |a_{ij}^{rs} - \hat{a}_{ij}^{rs}|}{(mn)^2} \times 100$$

(4) 不等係数 (Index of Inequality / Theil's U)

不等係数 (U) は、推計値と実績値との不均一の程度を示す指標であり、次式により計算される。

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij}^{rs} - \hat{a}_{ij}^{rs})^2}}{\sqrt{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij}^{rs})^2}}$$

上式からも明らかなおとおり、推計値と実績値が一致すれば不等係数の値はゼロとなり、推計値と実績値の乖離が大きいほど大きくなる。標準誤差率 (STPE) に類似しているが、誤差や係数を二乗しているため、大きな誤差に対する感度は STPE よりも高くなる。

(5) 平均平方誤差 (RMSE: Root Mean Squared Error)

平均平方誤差 (RMSE) は、平均絶対差 (MAD) と同様、係数ひとつ当たりの平均的な誤差を示す指標であり、次式によって計算される。

$$RMSE = \frac{\sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (a_{ij}^{rs} - \hat{a}_{ij}^{rs})^2}{(mn)^2}$$

不等係数 (U) の場合と同様、誤差を二乗しているため、MAD の場合と比較して大きな誤差に対する感度が高くなる。

上記の5つの指標の計測結果を示したものが表 A1.4 である。

上記の計測結果より、いずれの指標についても、国際産業連関モデルに基づいた推計結果は、チェネリー＝モーゼス・モデルに基づいた推計結果よりもアイサード・モデルに基づいた表により類似していることがわかる。このことは、本文中の表1.2に示すとおり、国際産業連関モデルがアイサード・モデルとチェネリー＝モーゼス・モデルの中間に位置するものであること

表 A1.4 各指標の計測結果

	相関係数 (R)	標準誤差率 (STPE)	平均絶対差 (MAD)	不等係数 (U)	平均平方誤差 (RMSE)
チェネリー＝ モーゼス・モデル	0.8161	47.0838	2.8492	0.466	0.0052
国際産業連関モデル (基本モデル)	0.9863	11.88	0.7189	0.1317	0.0015

(出所) 筆者作成。

を示している。また、あくまでも単純な仮説例に基づく結果ではあるものの、計測結果からは、国際産業連関モデルはチェネリー＝モーゼス・モデルよりも現実の表からの乖離度が著しく小さい（類似度が高い）ことが伺える。

表 A1.5 投入係数表（アイサード型）

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
A1	0.150	0.138	0.118	0.125	0.008	0.003	0.034	0.003	0.009
A2	0.085	0.259	0.094	0.028	0.009	0.006	0.013	0.010	0.009
A3	0.040	0.112	0.118	0.014	0.008	0.006	0.010	0.003	0.006
B1	0.005	0.022	0.012	0.028	0.003	0.015	0.004	0.001	0.003
B2	0.045	0.172	0.047	0.097	0.383	0.260	0.044	0.161	0.087
B3	0.002	0.017	0.029	0.069	0.175	0.153	0.003	0.010	0.014
C1	0.002	0.009	0.008	0.028	0.003	0.003	0.133	0.006	0.075
C2	0.010	0.086	0.021	0.028	0.050	0.018	0.101	0.387	0.116
C3	0.006	0.009	0.024	0.028	0.020	0.031	0.089	0.161	0.174

（出所） 筆者作成。

表 A1.6 投入係数表（チェネリー＝モーゼス型）

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
A1	0.072	0.172	0.098	0.021	0.030	0.023	0.010	0.018	0.012
A2	0.057	0.136	0.077	0.005	0.007	0.005	0.006	0.011	0.007
A3	0.097	0.232	0.132	0.004	0.006	0.005	0.003	0.005	0.003
B1	0.004	0.010	0.006	0.018	0.027	0.020	0.002	0.004	0.002
B2	0.066	0.157	0.090	0.172	0.254	0.192	0.065	0.112	0.075
B3	0.014	0.034	0.020	0.182	0.269	0.203	0.011	0.019	0.013
C1	0.010	0.023	0.013	0.008	0.011	0.009	0.063	0.109	0.072
C2	0.017	0.041	0.023	0.017	0.026	0.019	0.121	0.209	0.139
C3	0.008	0.019	0.011	0.017	0.026	0.019	0.148	0.255	0.169

（出所） 筆者作成。

表 A1.7 投入係数表（国際産業連関モデル、基本モデル）

	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3
A1	0.150	0.138	0.118	0.072	0.028	0.019	0.011	0.020	0.013
A2	0.085	0.259	0.094	0.017	0.006	0.004	0.007	0.012	0.008
A3	0.040	0.112	0.118	0.015	0.006	0.004	0.003	0.006	0.004
B1	0.003	0.011	0.005	0.028	0.003	0.015	0.002	0.004	0.003
B2	0.039	0.174	0.078	0.097	0.383	0.260	0.072	0.125	0.085
B3	0.008	0.038	0.017	0.069	0.175	0.153	0.012	0.021	0.014
C1	0.006	0.026	0.011	0.027	0.010	0.007	0.133	0.006	0.075
C2	0.010	0.045	0.020	0.060	0.023	0.016	0.101	0.387	0.116
C3	0.005	0.021	0.009	0.060	0.023	0.016	0.089	0.161	0.174

(出所) 筆者作成

