変動金利による借款のグラント・エレメントとその経済学上の特徴

吉川智教

はじめに
I　問題の所在
II　ミクロ・グラント・エレメントの定式化とその性質
III　不確定性下のグラント・エレメント
IV　マクロ・グラント・エレメントの性質
V　変動金利と借款のグラント・エレメント
結　び

はじめに

開発途上国への資金援助協力の借款条件のコンセッショナリティの程度をあらわすひとつの指標にグラント・エレメント (grant element) という考え方がある。この概念は，経済協力開発機構 (Organization for Economic Co-operation and Development: 以下 OECD と略す）の開発援助委員会 (Development Assistance Committee: 以下 DAC と略す）によって，1968年に採用されて以来，広く開発援助協力の統計に用いられている(注1)。

開発援助協力や政府開発援助 (official development assistance: 以下 ODA と略す）を論じるうえで，このグラント・エレメントは，きわめて重要な概念である。

DAC がグラント・エレメントの概念を採用する以前に，ピンカス (Pincus) は，すでに，借款に適用された利子率といくつかの資本の機会費用を用いて，コンセッショナリティの分析を主要供与国に対して行なっている。

寺西は，DAC の ODA，その他の政府資金の流れ (other official flow: 以下 OOF と略す）の定義にもとづいて，日本の ODA 政策の統計的な分析を行ない，その特性を明らかにしてきた(注2)。

吉川は，グラント・エレメントの概念上の整理とその経済学上の性質を論じた(注3)。

さて，グラント・エレメントが25％以上として定義される ODA の借款には，変動金利は適用されないが，世界銀行，アジア開発銀行などの国際開発援助機関による借款やグラント・エレメントが25％未満の資金協力として定義される OOF の一部では，1980年代後半より，変動金利が積極的に採用されはじめた。この背景には，借款の資金調達コストをできるだけ借款の利子率に反映させたい，という供与国側の意図がある。借款に変動金利が適用される最近のこのような傾向は，国際的な資金協力のコンセッショナリティを分析するうえで，無視できない重要な側面のひとつである。

そこで，本稿では，借款に変動金利を用いたときに生じる不確定性の問題を分析する。借款に固定金利を適用したときのグラント・エレメントと比較しながら，変動金利を適用したときに生じる不確定要因を，DAC が定義したグラント・エレメントの分析枠組を用いて分析し，その経済学上の特徴とそこから得られた援助政策上の意味を論じたい。

第Ⅰ節では，本研究の問題意識を論じ，本稿の導入部分とする。第Ⅱ節では，変動金利を採用したときの個々の借款のコンセッショナリティを示すミクロ・グラント・エレメントを定式化する。この定式化では，変動金利が導入されたひとつの背景であるインフレ率と連動した変動金利を分析し，グラント・エレメントに対するインフレの影響を分析する。第Ⅲ節では，グラント・エレメントの不確定性を期待値と標準偏差を用いて定式化する。第Ⅳ節では，個々の借款の総計である供与国あるいは被援助国のマクロ・グラント・エレメントの性質を分析する。第Ⅴ節では，第Ⅳ節までで得た分析結果をふまえ，現実の変動金利を分析し，変動金利を適用するさいの援助政策上の問題点を論じる。結びでは，本研究で得られた分析結果の援助政策上の意味を指摘する。

（注1） DAC, *Review, Development Assistance: Efforts and Policies,* パリ，OECD, 1968年，251～252ページを参照。DACがグラント・エレメントを採用した経過については，吉川智教「開発援助協力におけるグラント・エレメントの概念とその経済学上の性質」（『アジア経済』第32巻第6号　1991年6月）を参照。

（注2） Pincus, J.A., "The Cost of Foreign Aid," *Review of Economics and Statistics,* 1963年11月，360～367ページ。ODAとOOFの正確な定義は，寺西重郎「わが国の政府開発援助(ODA)政策について」(『経済研究』第34巻第2号　1983年4月）を参照。

（注3） 吉川　前掲論文。

Ⅰ　問題の所在

変動金利を適用した開発途上国への資金協力は，全体の資金協力のうちで，かなり大きなウェイトをしめつつある。OECDの調査によれば，1982年には，すでに変動金利による債務額が，固定金利による債務額を上まわり，この傾向が今後強くなるものと思われる（第1表参照)。

第1表　開発途上国の債務額（1980～82年）

（単位：10億ドル）

	1980	1981	1982
1.中期，長期の債務額	322	372	438
固定金利による債務額	216	240	272
変動金利による債務額	106	132	166
2.短期の債務額	93	103	121
3.合　　計	415	475	559
固定金利による債務額	216	240	272
変動金利による債務額	199	235	287
4.変動金利による債務額が債務全体にしめる割合（%）	48	49.5	51.3

（出所） OECD, *External Debt of Developing Countries, 1982 Survey,* パリ，1982年，32ページ。

ちなみに，世界銀行では，国際開発協会 (International Development Association: 以下IDAと略す）による無利子の貸付をのぞいて，1982年7月以降すべての借款に変動金利が適用されている。アジア開発銀行では，無利子のADF (Asian Development Fund) と有利子のOCR (Ordinary Capital Resource) の2種類の貸付があり，有利子のすべてのOCR貸付では，1986年7月より，変動金利が適用されている。さらに，アフリカ開発銀行も1990年7月より，変動金利に移行した(注1)。第2表は，世界銀行とアジア開発銀行が，変動金利の適用をはじめた1983年と86年以降について，両行の貸付金額を無利子の貸付と変動金利による貸付とに分類したものである。世界銀行は，全貸付額のうちの約7割から8割，アジア開発銀行は，約6割から7割に変動金利を適用している。

世界銀行やアジア開発銀行による貸付は，すべてがグラント・エレメント25％以上として定義されるODAに分類されるわけではないが，OECD

第2表　世界銀行とアジア開発銀行の貸付状況

（単位：億ドル）

	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
世界銀行										
IDA 貸付金額（無利子）	33.4	35.8	30.3	31.4	34.9	44.6	49.3	55.2	62.9	65.5
IBRD 貸付金額（変動金利）	111.3	119.4	113.6	131.7	141.9	147.6	164.3	151.8	163.9	151.5
変動金利による貸付額が貸付全体にしめる割合（%）	76.9	76.9	78.9	80.7	80.3	76.8	76.9	73.3	72.3	69.8
アジア開発銀行										
ADF 貸付金額（無利子）					9.6	10.8	13.6	14.8	13.5	
OCR 貸付金額（変動金利）					14.8	20.6	22.6	24.9	36.4	
変動金利による貸付額が貸付全体にしめる割合（%）					60.6	65.6	62.4	62.7	72.9	

（出所） World Bank, *World Bank Annual Report,* 各年版／Asian Development Bank, *Asian Development Bank Annual Report,* 各年版による。

の調査結果や世界銀行，アジア開発銀行の例からもわかるように，変動金利による借款は，開発援助協力の上で大きなウェイトをしめつつあることは事実である。

そこで，変動金利を採用したときの借款のグラント・エレメントの性質が，固定金利による借款のグラント・エレメントの特徴と比較して，どのように異なるのかを検討し，経済協力の政策上の意味を考えることは，有意義なことに思われる。

さて，OECDのDACは，1968年の『開発援助報告』(*Review, Development and Assistance: Efforts and Policies,* 251～252ページ）で，借款のグラント・エレメントを計算するために，割引率に，供与国の資本の機会費用を用い，それを10%とすることを定めた。

吉川が指摘しているように，グラント・エレメントの割引率に，供与国の資本の機会費用を用いるべきか，それとも被援助国の機会費用を用いるべきか，議論がわかれるところである(注2)。

このことに関して，OECDの *The Flow of Financial Resources to Less-developed Countries, 1961-1965* では次のように指摘されている(注3)。

「この方法を用いる最大の問題点は，適用すべき割引率の選択である。用いるべき割引率は，貸し手側の代替的な資金の用途を代表すべきなのか，それとも借り手側の他の資金源泉を代表すべきなのか。個々の国の状況を考慮して割引率を変化させるべきなのか。(中略) このように個々の国に実施されている援助のさまざまな側面を総合的に評価する満足のいく一意的な答えはない」。

本稿では，(A)供与国の資本の機会費用，(B)被援助国の資本の機会費用，の2種類の機会費用を割引率に用いることにしよう。すなわち，(A)の資本の機会費用を用いれば，そのグラント・エレメントは，援助する供与国側の費用負担の割合を意味し，(B)のそれを用いれば，グラント・エレメントは，被援助国が援助を無償で受ける便益の割合を

意味することになる(注4)。(A)と(B)の違いは，同じコンセッショナリティという概念を，(A)では，供与国側の援助の費用負担，(B)では，被援助国が受ける援助の便益，という異なった視点で分析している点にある。

本研究でいう変動金利は，融資を受ける時点で利子率 r が確定しておらず，返済時点で確定する。すなわち，利子率は，償還の各期間（$t=1,...,M$）ごとに変動する。このような利子率を確率変数とみなし，それを明示するために，いま $\tilde{r}$ と示す。変動金利 $\tilde{r}$ の期待値と標準偏差を μ，σ とし，$\tilde{r}$ はすべての期間同一の確率分布をもち，各期間の $\tilde{r}$ は，統計的に相互に独立であると仮定する。

変動金利の統計的独立性に関して，ここで用いる世界銀行およびアジア開発銀行の変動金利は，各期間にわたって完全に統計的に独立ではない。第II節で示すように，この前提が成立しないと，グラント・エレメントの定式化がたいへん複雑になり，以後の分析が困難になるため，ここでは，変動金利の統計的独立性を仮定する。

借款条件を表わす利子率，償還期間，据置期間，融資額をそれぞれ r，M，G，F とし，割引率として用いる資本の機会費用を l とする。世界銀行およびアジア開発銀行のすべての借款では，据置期間（$1,...,G$）中には，利子のみを支払い，償還期間（$G+1,...,M$）に元本を均等に支払う。また，元本および利子は，各期末に支払うものとしよう。

さて，以上の問題設定を簡単な数値例を用いて確認しよう。

第3表の例は，償還期間15年，据置期間5年，固定金利7％の借款で，償還期間の6年より15年までの間に，元本を均等に支払うものとする。このときのグラント・エレメントは18.6％となる。すなわち，(A)の解釈に立てば，供与国側のこの借款による無償の費用負担は，18.6％であり，(B)の理解に立てば，この借款によって生じる全体の便益の18.6％を被援助国が無償で享受する，という意味である。

この例に，期待値，標準偏差をそれぞれ7％，1.5％とする変動金利を適用しよう。各期間に実

第3表　固定金利による借款のグラント・エレメントの計算

（償還期間15年，据置期間5年，利子率7％，融資額30）

	1	2	3	4	5	6	7	8
元本の返済						3.0	3.0	3.0
利子支払い	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	1.89	1.68
元本と利子の支払い	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	5.1	4.89	4.68
現在価値（10%）	1.909	1.735	1.577	1.434	1.304	2.876	2.509	2.186

	9	10	11	12	13	14	15	合計
元本の返済	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	30.0
利子支払い	1.47	1.26	1.05	0.84	0.63	0.42	0.21	22.05
元本と利子の支払い	4.47	4.26	4.05	3.84	3.63	3.42	3.21	52.05
現在価値（10%）	1.895	1.644	1.418	1.225	1.053	0.899	0.767	24.431

グラント・エレメント：$\frac{30-24.431}{30}\times100=18.6$（小数第2位を四捨五入）

（出所）筆者作成。

現した利子率は，15年後の償還が終わった時点でわかるので，変動金利を適用した借款のグラント・エレメントは，15年後に正確に計算される（第4表参照)。

ここで2種類の数値例を考えよう。第1のケースは，第4表の「実現した金利」の項に示したような金利が実現し，事後的にも事前的にも平均値と標準偏差が一致したケースである。このケースのグラント・エレメントは，17.9%と計算される。

第2のケースでは，事前の期待値が7%であるにもかかわらず，実際には，15年間の利子率が8%あるいは8.5%になる例である。この場合は，極端なケースではあるが，金利の標準偏差が1.5%であるので十分におこりうる。第II節の(4)式より，グラント・エレメントは，利子率が8%のときには，12.4%，8.5%のときには，9.3%となる。この第2のケースの変動金利 $\tilde{r}$ は，各期間統計的に必ずしも独立ではないが，後で示すように，われわれの前提のもとでも，十分に予測可能である。

この2つの数値例からもわかるように，同一の状況のもとでも，グラント・エレメントは，17.9%，あるいは12.4%，9.3%と15年間の金利の変動によって，さまざまな値を取りうる。

真のグラント・エレメントは，償還後にはじめて計算される。そこで，償還後に計算されるグラント・エレメントを「事後的な (ex post) グラント・エレメント」と呼び，事前に計算されるグラント・エレメントと区別しよう。

以上の議論で明らかになったように，変動金利を借款に適用したときのひとつの重要な論点は，正確なグラント・エレメントが償還後にしか計算できないことにある。そのため，借款を検討したり選択する時点で，事後的なグラント・エレメントをいかに事前に予測するか，が重要な課題となる。

本稿におけるもうひとつの重要な論点は，イン

第4表　変動金利による借款のグラント・エレメントの計算

(償還期間15年，据置期間5年，融資額30)

	1	2	3	4	5	6	7	8
元本の返済						3.0	3.0	3.0
実現した金利 (%)	7	9	9	9	5	5	5	5
利子支払い	2.1	2.7	2.7	2.7	1.5	1.5	1.35	1.20
元本と利子の支払い	2.1	2.7	2.7	2.7	1.5	4.5	4.35	4.20
現在価値 (10%)	1.909	2.230	2.028	1.844	0.932	2.538	2.232	1.961

	9	10	11	12	13	14	15	合計
元本の返済	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	30.0
実現した金利 (%)	7	7	7	9	6	8	7	平均 7 標準偏差 1.5
利子支払い	1.47	1.26	1.05	1.08	0.54	0.48	0.21	21.84
元本と利子の支払い	4.47	4.26	4.05	4.08	3.54	3.48	3.21	51.84
現在価値 (10%)	1.895	1.644	1.418	1.302	1.027	0.915	0.767	24.636

グラント・エレメント：$\frac{30-24.636}{30}\times 100=17.9$（小数第2位を四捨五入）

(出所)　筆者作成。

フレーションに関してである。

変動金利が借款に積極的に適用されはじめたひとつの背景に，金利変動とインフレ率との連動が考えられる。しかしながら，OECDのDACが定義したグラント・エレメントの概念では，名目価格表示あるいは実質価格表示の区別が行なわれていない。そのため，DACによる分析枠組では，インフレに関する分析が不可能となっている。

変動金利による借款を分析するためには，どうしてもインフレによる影響を明示的に分析する必要がある。したがって，本稿では，グラント・エレメントの定式化のなかで，名目価格表示と実質価格表示の区別を行ない，かぎられた前提のもとではあるが，グラント・エレメントに対するインフレの影響を分析する。

（注1） African Development Bank, *African Development Bank Annual Report,* アビジャン，1990年。

（注2） 吉川　前掲論文。

（注3） OECD, *The Flow of Financial Resources to Less-developed Countries, 1961-1965,* パリ，1967年，192〜195ページ。

（注4） 個々の開発プロジェクトの純便益の分析に関しては，Dasgupta, P.; S.A. Marglin; A.K. Sen, *Guidelines for Project Evaluation,* ニューヨーク，UNIDO, 1972年／Little, I.M.D.; J.A. Mirrlees, *Project Appraisal and Planning for Developing Countries,* ニューヨーク，Basic Books, 1974年／田近栄治「プロジェクト評価におけるシャドウ・プライス」(『アジア経済』第27巻第11号　1986年11月)／吉川智教「貿易財と非貿易財のシャドウ・プライスに関する覚書」(同上誌所収)／同「経済協力と開発援助評価のミクロ経済学」(『IDCフォーラム』第3号　1986年3月)，等を参照。

II　ミクロ・グラント・エレメントの定式化とその性質

はじめに，ミクロのグラント・エレメントとマクロのグラント・エレメントを区別しよう。ミクロのグラント・エレメントとは，前節の数値例で分析したように，個々の借款条件のコンセッショナリティをグラント・エレメントの形であらわしたものである。マクロ・グラント・エレメントは，一国の総体としての借款条件のコンセッショナリティを，グラント・エレメントの形で表現したものであり，(A)の理解に立てば，ある供与国が援助しているすべての借款全体のグラント・エレメントであるし，(B)の理解に立てば，ある被援助国が受けている借款全体のグラント・エレメントを意味する。

第II節では，変動金利を適用したときのミクロ・グラント・エレメントの定式化とその性質を分析し，第IV節ではマクロ・グラント・エレメントの性質を分析する。

はじめに，借款のグラント・エレメントを一般的に定義しよう。いま，融資額をF，元本と利子返済の現在価値をHとすれば，グラント・エレメントは，

$$G.E.=\frac{F-H}{F} \qquad (1)$$

と定義される。

すなわち，借款のグラント・エレメントは，現在価値で評価した融資額のうちの返済しない割合を示す。

ここで，本稿で用いる2種類の前提を述べよう。

（a-I） 各償還期間（$t=1,\ldots,M$）の変動金利の確率変数$\tilde{r}_t$は，すべて同一$\tilde{r}$で，期待値μ，標準偏差σの同一の確率分析にしたがい，相互に統計的に独立である。

（a-II） 各償還期間におけるインフレ率g_t（$t=1,\ldots,M$）は，すべて同一gで，確定しているものとする。

（a-I）の前提は，後で述べるように，グラン

ト・エレメントの(4)式あるいは(5)式を導出するために必要な条件であり，変動金利の独立性に関しては必ずしも現実的に成立しているとは，いいがたいところがある。

（a-II）のインフレに関する前提も，分析の複雑化をさけるために行なった前提であるが，インフレの分析には，しばしば用いられる仮定でもある[注1]。

いま，不確定な実質利子率 $\tilde{r}$，実質割引率 l，一般インフレ率 g とすれば，不確定な名目利子率 $\tilde{R}$，名目割引率 L はそれぞれ，

$$\tilde{R} = \tilde{r} + \tilde{r}g + g \qquad (2)$$

$$L = l + lg + g \qquad (3)$$

となる。

据置期間 G には，利子のみを支払い，償還期間の $G+1$ 期から M 期までに均等に元本を返済するという，広く用いられている返済方法にしたがえば，実質タームによる借款のグラント・エレメント，あるいは，インフレの存在しないときの借款のグラント・エレメントは，（a-I）の前提のもとでは[注2]，

$$\widetilde{R.G.E.} = \left(1 - \frac{\tilde{r}}{l}\right)\left[1 - I(G, M, l)\right] \qquad (4)$$

$$I(G, M, l) = \frac{1}{M-G}\sum_{t=G+1}^{M}(1+l)^{-t}$$

$$\left(= \frac{(1+l)^{-G} - (1+l)^{-M}}{l\,(M-G)},\quad l \neq 0 \text{ のとき}\right)$$

となる。

名目タームによる借款のグラント・エレメントは，（a-I）と（a-II）の前提のもとで，(4)式同様，以下のようになる。

$$\widetilde{N.G.E.} = \left(1 - \frac{\tilde{R}}{L}\right)\left[1 - I(G, M, L)\right] \qquad (5)$$

$$I(G, M, L) = \frac{1}{M-G}\sum_{t=G+1}^{M}(1+L)^{-t}$$

$$\left(= \frac{(1+L)^{-G} - (1+L)^{-M}}{L\,(M-G)},\quad L \neq 0 \text{ のとき}\right)$$

(5)式は，利子率と割引率が名目タームで表現されているので，結果的には，インフレが発生しているときの借款のグラント・エレメントを示す。

変動金利が統計的に独立ではないとき，グラント・エレメントは次のように定式化される。

各期間における変動金利を $\widetilde{R_t}$ とすれば，据置期間中の利子支払の現在価値は，$F\sum_{t=1}^{G}\frac{\widetilde{R_t}}{(1+L)^t}$，元本返済の現在価値は $F \cdot I(G, M, L)$，据置期間後の利子支払の現在価値は，

$$\frac{F}{M-G}\sum_{t=G+1}^{M}\frac{\widetilde{R_t}\,(M+1-t)}{(1+L)^t} \quad \text{であるので，}$$

元本・利子返済合計の現在価値 $\tilde{H}$ は，

$$\tilde{H} = F \cdot I(G, M, L) + F \cdot \sum_{t=1}^{G}\frac{\widetilde{R_t}}{(1+L)^t} + \frac{F}{M-G}\sum_{t=G+1}^{M}\frac{\widetilde{R_t} \cdot (M+1-t)}{(1+L)^t}$$

となる。したがって，グラント・エレメントは，

$$\widetilde{N.G.E.} = 1 - I(G, M, L) - \sum_{t=1}^{G}\frac{\widetilde{R_t}}{(1+L)^t} - \frac{1}{M-G}\sum_{t=G+1}^{M}\frac{\widetilde{R_t}\,(M+1-t)}{(1+L)^t} \qquad (5)'$$

となる。$\widetilde{R_t}$ が相互に独立で同一の分布にしたがうときには，(5)'式は，(5)式となる。

(4)式は，(5)式の $g=0$ とした特殊なケースと考えられるので，以後，(5)式のインフレを考慮した名目タームによる借款のグラント・エレメントの性質を分析していこう。

ここで，(5)式のグラント・エレメントの意味を考えよう。(5)式の借款のグラント・エレメントは，2つの異なったグラント・エレメントの積から成りたっていることがわかる。

第1項 $\frac{L-\tilde{R}}{L}$ は，$\tilde{R}=0$ のときには，100%，$\tilde{R}=L$ のときには，それは0%となる。すなわち，

$$\frac{L-\tilde{R}}{L}=1\times\frac{L-\tilde{R}}{L}+0\times\frac{\tilde{R}}{L}$$

である。

利子率$\tilde{R}$が，0からLの値を取るとき，第1項は，供与100㌫が$\frac{L-\tilde{R}}{L}$の割合と，100㌫コマーシャル・ローンが$\frac{\tilde{R}}{L}$の割合の和という意味である。この項自体が(1)式で定義したグラント・エレメントの形をしており，この項を内容の上から，利子率に関するグラント・エレメント (grant element in terms of interest rate) と呼ぶことができる。

グラント・エレメントの(A)の理解では，供与国が借款の利子に関して負担する割合を意味し，(B)の理解では，この借款の利子率$\tilde{R}$によって被援助国側が得る純便益の割合を示す。

第2項は次のように解釈することができる。$I(G,M,L)$の項は，融資額1単位に対して償還期間$G+1$期からM期までの間に均等に返済する元本の現在価値を示している。(A)の理解にたてば，1単位融資したとき供与国が受け取る返済額の供与国側の現在価値を示し，(B)の理解にたてば，融資額1単位に対する被援助国側の元本の返済費用である。すなわち，(5)式の第2項$1-I(G,M,L)$は，融資を1単位受けたときの利子の返済をふくまない借款の被援助国側の純便益の割合（返済しない割合）あるいは供与国側の借款の費用負担の割合である。いいかえると，$1-I(G,M,L)$は，利子率をゼロとしたときの，借款のグラント・エレメントである。この項は，償還期間M，据置期間G，資本の機会費用Lによってきまる。この第2項を元本返済に関するグラント・エレメント (grant element in terms of repayment of principal) と呼ぶことにしよう。

すなわち，次の定理を得る(注3)。

〔定理1〕 借款のグラント・エレメントは，利子率に関するグラント・エレメントと元本返済に関するグラント・エレメントの積である。

(5)式は，さらに次のようにも解釈することができる。

$$N.\widetilde{G.E.}=1-I(G,M,L)-\frac{\tilde{R}}{L}[1-I(G,M,L)] \quad (6)$$

(6)式の第1項は，元本返済に関するグラント・エレメント，第2項は，返済しない元本部分$[1-I(G,M,L)]$の無限期間までの支払い利子の現在価値である。したがって，借款のグラント・エレメントは，元本返済に関するグラント・エレメントから返済しない元本部分の利子を引いたもの，と理解される。

世界銀行のIDAやアジア開発銀行のADFによる無利子の借款では，(5)式の第1項が，100㌫となり，第2項の元本返済に関するグラント・エレメントが，そのまま借款のグラント・エレメントになる。

たとえば，世界銀行のIDAでは，1987年6月30日以後に承認された借款には，国の発展段階に応じて，据置期間10年，償還期間40年と据置期間10年，償還期間35年の2種類の借款がある。元本を均等に返済すれば，元本返済に関するグラント・エレメントは，それぞれ88㌫，86㌫と計算される。利子がゼロであるので，〔定理1〕より，借款のグラント・エレメントは，それぞれ88㌫，86㌫となる。

〔定理1〕より，元本返済に関するグラント・エレメント$[1-I(G,M,L)]$の値がわかれば，Rの値から，借款のグラント・エレメントは容易に計算することができる。第5表は，$G(=3,\ldots,10)$,

第5表　元本返済に関するグラント・エレメント

$$1-I(G,M,L)\left[=1-\frac{(1+L)^{-G}-(1+L)^{-M}}{L(M-G)}\right]_{(L=0.1)}$$

G \ M	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	0.4775	0.4990	0.5192	0.5383	0.5564	0.5734	0.5895	0.6047	0.6190	0.6326	0.6455
4	0.5042	0.5250	0.5445	0.5629	0.5803	0.5967	0.6122	0.6268	0.6406	0.6537	0.6660
5	0.5292	0.5493	0.5682	0.5859	0.6027	0.6185	0.6334	0.6474	0.6607	0.6733	0.6851
6	0.5527	0.5720	0.5903	0.6074	0.6236	0.6388	0.6532	0.6667	0.6795	0.6916	0.7030
7	0.5746	0.5933	0.6109	0.6275	0.6431	0.6578	0.6716	0.6847	0.6970	0.7086	0.7196
8	0.5952	0.6133	0.6303	0.6463	0.6614	0.6755	0.6889	0.7015	0.7134	0.7245	0.7351
9	0.6145	0.6320	0.6484	0.6639	0.6785	0.6922	0.7050	0.7172	0.7286	0.7394	0.7496
10		0.6495	0.6654	0.6804	0.6945	0.7077	0.7201	0.7319	0.7429	0.7533	0.7631

G \ M	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
3	0.6577	0.6692	0.6802	0.6906	0.7004	0.7098	0.7187	0.7272	0.7353	0.7430	0.7503
4	0.6777	0.6888	0.6993	0.7093	0.7187	0.7277	0.7362	0.7443	0.7520	0.7593	0.7663
5	0.6964	0.7070	0.7171	0.7266	0.7357	0.7443	0.7524	0.7602	0.7675	0.7746	0.7812
6	0.7138	0.7240	0.7336	0.7428	0.7515	0.7597	0.7675	0.7749	0.7820	0.7887	0.7950
7	0.7300	0.7398	0.7491	0.7579	0.7662	0.7741	0.7816	0.7887	0.7954	0.8018	0.8079
8	0.7451	0.7545	0.7634	0.7719	0.7799	0.7874	0.7946	0.8014	0.8079	0.8140	0.8198
9	0.7592	0.7683	0.7768	0.7850	0.7926	0.7999	0.8068	0.8133	0.8195	0.8253	0.8309
10	0.7724	0.7811	0.7893	0.7971	0.8045	0.8115	0.8181	0.8243	0.8303	0.8359	0.8412

G \ M	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
3	0.7573	0.7639	0.7703	0.7763	0.7821	0.7877	0.7930	0.7981	0.8029	0.8076	0.8120
4	0.7730	0.7793	0.7854	0.7912	0.7967	0.8019	0.8070	0.8118	0.8164	0.8208	0.8251
5	0.7876	0.7936	0.7994	0.8049	0.8101	0.8152	0.8199	0.8245	0.8289	0.8331	0.8371
6	0.8011	0.8069	0.8124	0.8176	0.8226	0.8274	0.8320	0.8363	0.8405	0.8445	0.8483
7	0.8137	0.8192	0.8244	0.8294	0.8342	0.8388	0.8431	0.8472	0.8512	0.8550	0.8586
8	0.8254	0.8306	0.8356	0.8404	0.8449	0.8493	0.8534	0.8574	0.8611	0.8647	0.8682
9	0.8362	0.8412	0.8460	0.8506	0.8549	0.8590	0.8630	0.8667	0.8703	0.8737	0.8770
10	0.8463	0.8511	0.8557	0.8600	0.8642	0.8681	0.8719	0.8754	0.8789	0.8821	0.8852

G \ M	43	44	45	46	47	48	49	50
3	0.8163	0.8204	0.8244	0.8282	0.8318	0.8353	0.8387	0.8420
4	0.8291	0.8330	0.8368	0.8403	0.8438	0.8471	0.8503	0.8534
5	0.8410	0.8447	0.8482	0.8516	0.8549	0.8580	0.8610	0.8639
6	0.8519	0.8554	0.8588	0.8620	0.8651	0.8681	0.8709	0.8736
7	0.8621	0.8654	0.8686	0.8716	0.8745	0.8774	0.8801	0.8826
8	0.8715	0.8746	0.8776	0.8805	0.8833	0.8860	0.8885	0.8910
9	0.8801	0.8831	0.8860	0.8887	0.8914	0.8939	0.8963	0.8986
10	0.8882	0.8910	0.8938	0.8964	0.8989	0.9013	0.9035	0.9057

（出所）筆者作成。

$M(=10,\ldots,50)$ の値について，元本返済に関するグラント・エレメントを計算した。

次に，元本返済に関するこのグラント・エレメントの重要な性質を示そう。

〔定理2〕 元本返済に関するグラント・エレメントには，次の式が成立する。

(i) $\frac{\partial}{\partial L}[1-I(G,M,L)]>0$

$\frac{\partial^2}{\partial L^2}[1-I(G,M,L)]<0$

(ii) $\frac{\partial}{\partial g}[1-I(G,M,L)]>0$

$\frac{\partial^2}{\partial g^2}[1-I(G,M,L)]<0$

(iii) $L>0$ のとき，$1-I(G,M,L)>0$

$L=0$ のとき，$1-I(G,M,L)=0$

(iv) $\frac{\partial}{\partial M}[1-I(G,M,L)]>0$

$\frac{\partial^2}{\partial M^2}[1-I(G,M,L)]<0$

(v) $\frac{\partial}{\partial G}[1-I(G,M,L)]>0$

$\frac{\partial^2}{\partial G^2}[1-I(G,M,L)]<0$

〔証明〕

(i)
$$\frac{\partial}{\partial L}[1-I(G,M,L)] = \frac{1}{M-G}\sum_{t=G+1}^{M} t\,(1+L)^{-t-1} > 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial L^2}[1-I(G,M,L)] = -\frac{1}{M-G}\sum_{t=G+1}^{M} t(t+1)(1+L)^{-t-2} < 0$$

(ii)
$$\frac{\partial}{\partial g}[1-I(G,M,L)] = -\frac{1}{M-G}\sum_{t=G+1}^{M} t(t+1)(1+L)^{-t-2} > 0$$

(i) より

$$\frac{\partial^2}{\partial g^2}[1-I(G,M,L)] = (1+l)^2\frac{\partial^2}{\partial L^2}[1-I(G,M,L)] < 0$$

(i) より

(iii) (i) の結果より，$L \geqq 0$ の範囲では，$L=0$ のとき，$1-I(G,M,L)=0$ となり，元本返済に関するグラント・エレメントは最小値を取る。

(iv) $1+L=e^k$ とおくと，

$$1-I(G,M,L)=1-\frac{e^{-KG}-e^{-KM}}{(M-G)L}$$

$$\frac{\partial}{\partial M}[1-I(G,M,L)] = \frac{-e^{-KM}[1+K(M-G)-e^{K(M-G)}]}{(M-G)^2L} = \frac{e^{-KM}}{(M-G)^2L}\left[\sum_{i=2}^{\infty}\frac{K^i(M-G)^i}{i!}\right] > 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial M^2}[1-I(G,M,L)] = -\frac{e^{-KM}}{(M-G)^3L}\left[\sum_{i=3}^{\infty}\frac{K^i(M-G)^i}{i!}\right] < 0$$

を得る。

(v) (iv) と同様にして，

$$\frac{\partial}{\partial G}[1-I(G,M,L)] = -\frac{e^{-KM}}{(M-G)^2L}\left[\sum_{i=2}^{\infty}\frac{K^i(M-G)^i(1-i)}{i!}\right] > 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial G^2}[1-I(G,M,L)] = -\frac{e^{-KM}}{(M-G)^3L}\left[\sum_{i=3}^{\infty}\frac{(i-2)(i-1)K^i(M-G)^i}{i!}\right] < 0$$

を得る。

〔定理２〕は次のような意味をもつ。元本返済に関するグラント・エレメントは，資本の機会費用が高ければ高いほど，また償還期間と据置期間が長ければ長いほど，高くなるが，収穫逓減の法則がはたらく。元本返済の現在価値 $I(G,M,L)$ は，元本より高くなく，資本の機会費用がゼロのとき，元本と等しくなる。

借款の金利がゼロのときには，インフレの効果により正であることは直観的に明らかであり，そのことを〔定理２〕の(ii)により確認した。すなわち，世界銀行のIDAやアジア開発銀行のADFの借款では，グラント・エレメントに関して，インフレの効果が正であるが，収穫逓減の法則がはたらく。

第６表　$B(0.1,\ M,\ G)$ の数値

$$B(L,M,G)=-L+(1+L)^{-G}\frac{GL+L+2}{M-G}-(1+L)^{-M}\frac{ML+L+2}{M-G}$$

$$(L=0.1)$$

G ＼ M	10	11	12	13	14	15	16	17	18
3	−0.0131	−0.0148	−0.0165	−0.0182	−0.0199	−0.0216	−0.0232	−0.0249	−0.0266
4	−0.0146	−0.0163	−0.0180	−0.0197	−0.0214	−0.0231	−0.0248	−0.0265	−0.0281
5	−0.0162	−0.0179	−0.0196	−0.0213	−0.0230	−0.0247	−0.0264	−0.0281	−0.0298
6	−0.0178	−0.0195	−0.0212	−0.0230	−0.0247	−0.0264	−0.0281	−0.0298	−0.0315
7	−0.0194	−0.0212	−0.0229	−0.0247	−0.0264	−0.0281	−0.0298	−0.0315	−0.0331
8	−0.0212	−0.0229	−0.0247	−0.0264	−0.0281	−0.0298	−0.0316	−0.0332	−0.0349
9	−0.0229	−0.0247	−0.0264	−0.0282	−0.0299	−0.0316	−0.0333	−0.0349	−0.0366
10	──	−0.0264	−0.0282	−0.0299	−0.0316	−0.0333	−0.0350	−0.0367	−0.0383

G ＼ M	19	20	21	22	23	24	25	26	27
3	−0.0282	−0.0298	−0.0314	−0.0329	−0.0344	−0.0359	−0.0373	−0.0387	−0.0401
4	−0.0298	−0.0314	−0.0329	−0.0345	−0.0360	−0.0375	−0.0389	−0.0403	−0.0417
5	−0.0314	−0.0330	−0.0346	−0.0361	−0.0376	−0.0391	−0.0405	−0.0419	−0.0433
6	−0.0331	−0.0347	−0.0362	−0.0378	−0.0393	−0.0407	−0.0421	−0.0435	−0.0449
7	−0.0348	−0.0363	−0.0379	−0.0394	−0.0409	−0.0424	−0.0438	−0.0451	−0.0465
8	−0.0365	−0.0381	−0.0396	−0.0411	−0.0426	−0.0440	−0.0454	−0.0468	−0.0481
9	−0.0382	−0.0397	−0.0413	−0.0428	−0.0442	−0.0456	−0.0470	−0.0484	−0.0497
10	−0.0399	−0.0414	−0.0429	−0.0444	−0.0459	−0.0473	−0.0486	−0.0500	−0.0512

G ＼ M	28	29	30	31	32	33	34	35
3	−0.0415	−0.0428	−0.0440	−0.0453	−0.0465	−0.0476	−0.0488	−0.0499
4	−0.0430	−0.0443	−0.0456	−0.0468	−0.0480	−0.0491	−0.0503	−0.0513
5	−0.0446	−0.0459	−0.0471	−0.0483	−0.0495	−0.0506	−0.0518	−0.0528
6	−0.0462	−0.0474	−0.0487	−0.0499	−0.0510	−0.0522	−0.0533	−0.0543
7	−0.0478	−0.0490	−0.0502	−0.0514	−0.0526	−0.0537	−0.0548	−0.0558
8	−0.0493	−0.0506	−0.0518	−0.0530	−0.0541	−0.0552	−0.0562	−0.0573
9	−0.0509	−0.0521	−0.0533	−0.0545	−0.0556	−0.0567	−0.0577	−0.0587
10	−0.0525	−0.0537	−0.0549	−0.0560	−0.0571	−0.0581	−0.0592	−0.0602

（出所）筆者作成。

この定理の系として，固定金利の借款のグラント・エレメントと同様に次の式が導びかれる。

〔系〕

（i） $\frac{\partial}{\partial L}(\widetilde{N.G.E.})>0$

（ii） $\frac{\partial}{\partial M}(\widetilde{N.G.E.})>0$，$\frac{\partial}{\partial M^2}(\widetilde{N.G.E.})<0$

（iii） $\frac{\partial}{\partial G}(\widetilde{N.G.E.})>0$，$\frac{\partial}{\partial G^2}(\widetilde{N.G.E.})<0$

すなわち，変動金利の借款のグラント・エレメントの場合でも，資本の機会費用が高くなればグラント・エレメントは高くなり，償還期間と据置期間に関しては収穫逓減の法則がはたらく。

次に，(2)，(3)式で定式化したように，名目利子率Rがインフレ率gに連動するとき，借款のグラント・エレメントに対するインフレ効果を調べよう。それが〔定理3〕である。

〔定理3〕 $M>G$，$L>\tilde{R}$のもとで$L=0.1$のとき，

$$\left.\frac{\partial \widetilde{N.G.E.}}{\partial g}\right|_{L=0.1}<0$$

となる。

さらに，

$$\left.\frac{\partial \widetilde{N.G.E.}}{\partial g}\right|_{M=\infty}<0$$

となる。

〔証明〕

(5)式をgで偏微分して整理すると，

$$\frac{\partial \widetilde{N.G.E.}}{\partial g}=\frac{L-\tilde{R}}{L^3}B(L,M,G)$$

ここで，

$$B(L,M,G)=-L+(1+L)^{-G}\frac{GL+L+2}{M-G}-(1+L)^{-M}\frac{ML+L+2}{M-G}$$

である。

$B(L,M,G)$の不等号を一般的に証明することはできない。

ここで，$L=10$％，$M>G$のとき，$B(0.1,M,G)$は，第6表に示すように負となることが理解される。

さらに，

$$\left.\frac{\partial \widetilde{N.G.E.}}{\partial g}\right|_{M=\infty}=-\frac{L-\tilde{R}}{L^2}<0$$

となる。

〔定理3〕は名目利子率Rがインフレ率gと連動しているとき，インフレ率gの増加によって，グラント・エレメントに対して有利にはたらくことはなく，逆に負になることを意味している。すなわち，インフレが高くなればなるほど，グラント・エレメントは低くなる。第6表より，インフレによるグラント・エレメントに対する負の効果は，償還期間，据置期間が長ければ長いほど，大きくなることが理解できる。

（注1） たとえば，Sugden, Robert; Alan Williams, *The Principles of Practical Cost-Benefit Analysis,* オックスフォード，Oxford University Press, 1978年，36～39ページ／Baum, W., "Treatment of Price Changes in Rate of Return Analysis," Central Project Note, No. 2.08, ワシントンD.C., World Bank, 1980年／吉川智教「プロジェクト評価におけるインフレーションの分析」(『基金調査季報』〔海外経済協力基金〕第60号 1988年7月）を参照。

（注2） 詳しくは，吉川「開発援助協力における……」参照。

（注3）〔定理1〕は詳しい証明なしで，すでに，同様の内容を吉川智教「変動金利を適用した借款のグラント・エレメントがゼロ以下になるとき」(『国際開発研究』第1巻第2号 1992年6月）131～144ページで指摘している。

III　不確定性下のグラント・エレメント

第II節で得た結果にもとづいて，各償還期間の変動金利が不確定であるときのグラント・エレメントの性質を分析しよう。

インフレと連動した変動金利の期待値と標準偏差は，

$$\bar{R}=\mu(1+g)+g$$

$$\sigma(R)=(1+g)\sigma$$

となるので，(a-1）の前提のもとでは，$\widetilde{N.G.E.}$ の期待値と標準偏差は，

$$E(\widetilde{N.G.E.})=(1-\frac{\bar{R}}{L})\ [1-I(G,M,L)] \tag{7}$$

$$S(\widetilde{N.G.E.})=\frac{\sigma(R)}{L}\ [1-I(G,M,L)] \tag{8}$$

となる。

(7), (8)式の第2項は，元本返済に関するグラント・エレメントである。すなわち，元本返済に関するグラント・エレメントが期待値と標準偏差の規模をあらわしている。(7)式と(8)式の第1項は，それぞれ期待利子率に関するグラント・エレメントであるし，資本の機会費用1単位当りの変動金利リスクとなっている。

(7), (8)式を用いて，第I節で取り上げたグラント・エレメントの数値例の期待値と標準偏差を分析しよう。

この例では，第5表より，元本返済に関するグラント・エレメントは，$1-I(5,\ 15,\ 0.1)=0.6185$ となるので，この借款のグラント・エレメントの期待値と標準偏差は，それぞれ18.6%，9.3%となる。

(i)もしも，変動金利が正規分布をしているならば，グラント・エレメントも正規分布をするので，グラント・エレメントの値が9.3～27.9%の範囲に0.68の確率で入ることがわかる。(ii)もしも，変動金利の分布が特定化できないならば，チェビシェフの不等式(Tchebycheff's inequality) を用いて，4.6～32.6%の範囲にグラント・エレメントが0.56の確率で入ることがわかる。

以上の分析からわかるように，グラント・エレメントの期待値と標準偏差を用いれば，将来，グラント・エレメントが取りうる値の範囲が特定化できる。

そこで，グラント・エレメントの期待値と標準偏差の性質を分析しよう。

グラント・エレメントの期待値の性質に関しては，吉川が示した確定的なグラント・エレメントの性質とほぼ同一である(注1)。確認のため，この性質を〔定理4〕としてまとめよう。

〔定理4〕

(i)　$E(\widetilde{N.G.E.})\geqq 0$ の必要十分条件は，

$L\geqq\bar{R}$　である。

(ii)　$L\geqq\bar{R}$ のとき，

$$\frac{\partial E(\widetilde{N.G.E.})}{\partial L}>0$$　となる。

(iii)　$$\frac{\partial E(\widetilde{N.G.E.})}{\partial \bar{R}}<0$$

(iv)　グラント・エレメントの期待値 $\bar{R}$ に関する弾力性 $\eta_{\bar{R}}$ は，

$$|\eta_{\bar{R}}|\geqq 1\ ;\ \bar{R}\geqq\frac{1}{2}L$$

$$|\eta_{\bar{R}}|<1\ ;\ \bar{R}<\frac{1}{2}L$$

である。

(v)　$L\geqq\bar{R}$ のとき，

$$\frac{\partial E(\widetilde{N.G.E.})}{\partial M}>0$$

$$\frac{\partial^2 E(N.\widetilde{G.E.})}{\partial M^2} < 0$$

である。

(vi) $L \geqq R$ のとき,

$$\frac{\partial E(N.\widetilde{G.E.})}{\partial G} > 0$$

$$\frac{\partial^2 E(N.\widetilde{G.E.})}{\partial G^2} < 0$$

である。

〔証明〕〔定理2〕の性質より明らか。

グラント・エレメントの標準偏差の性質に関しては,次の定理を得る。

〔定理5〕

(i) $$\frac{\partial S(N.\widetilde{G.E.})}{\partial G} > 0$$

$$\frac{\partial^2 S(N.\widetilde{G.E.})}{\partial G^2} < 0$$

(ii) $$\frac{\partial S(N.\widetilde{G.E.})}{\partial M} > 0$$

$$\frac{\partial^2 S(N.\widetilde{G.E.})}{\partial M^2} < 0$$

(iii) $$S(N.\widetilde{G.E.}) = \frac{\sigma(R)}{L-R} E(N.\widetilde{G.E.})$$

期待値1単位当りの標準偏差をγ,危険係数 (risk coefficient) と呼び,それを計算すると,

$$\gamma = \frac{S(N.\widetilde{G.E.})}{E(N.\widetilde{G.E.})} = \frac{S(R.\widetilde{G.E.})}{E(R.\widetilde{G.E.})} \quad \left(= \frac{\sigma}{l-\mu}\right)$$

となる。

係数γに関して,インフレと連動する変動金利を適用した借款の名目グラント・エレメントとインフレが存在しないと仮定した経済の借款の実質タームによるグラント・エレメントは一致する。

(iv) 変動金利が正規分布をしているとき,グラント・エレメントがゼロ以下になる確率は,

$$P(N.\widetilde{G.E.} < 0) = P\left[\frac{N.\widetilde{G.E.} - E(N.\widetilde{G.E.})}{S(N.\widetilde{G.E.})} < -\frac{1}{\gamma}\right] \tag{9}$$

として計算される。

(v) グラント・エレメントのリスクが,グラント・エレメントの期待値より小さいための必要十分条件は,

$$\mu + \sigma < l$$

である。

〔証明〕

(i) $$\frac{\partial S(N.\widetilde{G.E.})}{\partial G} = \frac{\sigma(R)}{L} \frac{\partial}{\partial G}[1 - I(G, M, L)] > 0$$

$$\frac{\partial^2 S(N.\widetilde{G.E.})}{\partial G^2} = \frac{\sigma(R)}{L} \frac{\partial^2}{\partial G^2}[1 - I(G, M, L)] < 0$$

(ii) $$\frac{\partial S(N.\widetilde{G.E.})}{\partial M} = \frac{\sigma(R)}{L} \frac{\partial}{\partial M}[1 - I(G, M, L)] > 0$$

$$\frac{\partial^2 S(N.\widetilde{G.E.})}{\partial M^2} = \frac{\sigma(R)}{L} \frac{\partial^2}{\partial M^2}[1 - I(G, M, L)] < 0$$

(iii) $$\gamma = \frac{S(N.\widetilde{G.E.})}{E(N.\widetilde{G.E.})} = \frac{(1+g)\sigma}{[l(1+g)+g] - [\mu(1+g)+g]} = \frac{\sigma}{l-\mu} = \frac{S(R.\widetilde{G.E.})}{E(R.\widetilde{G.E.})}$$

(iv) $\dfrac{S}{E} < 1$ は $\dfrac{\sigma}{l-\mu} < 1$

である。

〔定理4〕,〔定理5〕は,次のように解釈される。

期待利子率Rに関する期待グラント・エレメントの弾力性は,DACのグラント・エレメントの場合,変動金利の期待値$\bar{R}$が5%以上(未満)のときに弾力的(非弾力的)になる。

グラント・エレメントの期待値と標準偏差はともに,償還期間M,据置期間Gの増加関数であり,収穫逓減の法則がはたらく。

そこで,グラント・エレメントの期待値1単位当りのリスクを分析する。〔定理5〕の(iii)より,危険係数γは,$L-\bar{R}$が大きいほど,変動金利リスク$\sigma(R)$が少さいほど,少なくなる。この係数γは,償還期間と据置期間から独立している。

グラント・エレメントを(A)の立場で理解すれば,この係数は,供与国の資本コストがLであるにもかかわらず,安い期待金利$\bar{R}$で貸付けることによる期待費用負担1単位当りの変動金利のリスクという意味である。(B)の理解に立てば,安い期待金利$\bar{R}$の借款によって得られる被援助国の純期待便益1単位当りの変動金利リスクという意味になる。

変動金利の確率分布が正規分布にしたがえば,グラント・エレメントがゼロ以下になる確率が(9)式のように計算される。この確率を計算するのに必要な情報は,$\bar{R}$,$\sigma(R)$,Lだけであり,借款の償還期間や据置期間に関する情報は必要としていない。

さらに,〔定理5〕の(iii)と(iv)から,グラント・エレメントがゼロ以下になる確率は,インフレを考慮したときと,インフレが存在しないと仮定したときとでは,同一である。したがって,グラント・エレメント1単位当りの変動金利によるリスクは,インフレのある経済とそれのない経済とでまったく同一であり,本稿が前提とする仮定が成立するかぎりでは,インフレは重要な論点ではなくなる。

〔定理5〕の(v)では,グラント・エレメントのリスクが期待値より少ないための条件が$\mu+\sigma<l$であることが示されている。$\mu+\sigma$は不確定な変動金利を確定的な金利コストの形で表現したものである。この条件は,(A)の理解では,供与国が被援助国から受け取る確定的な金利収入($\mu+\sigma$)が,供与国の資本の機会費用よりも小であることを意味する。かりにσが大きく,$\mu+\sigma>l$のときには,供与国側の費用負担がゼロになる可能性が高い。(B)の理解では,被援助国が支払う金利コスト($\mu+\sigma$)が,被援助国の資本の機会費用よりも低いことを,この条件は意味する。

かりに,変動金利が正規分布にしたがい,被援助国が支払う金利コスト($\mu+\sigma$)が資本の機会費用より安いとき,

$$
\begin{aligned}
P(\widetilde{G.E.}<0) &= P\left(\frac{\widetilde{G.E.}-E}{S}<-\frac{E}{S}\right) \\
&= P\left(\frac{\widetilde{G.E.}-E}{S}<-1\right) \\
&= 0.16
\end{aligned}
$$

となり,そのグラント・エレメントがゼロ以下になる確率は16%となる。

(注1) 吉川「開発援助協力における……」参照。

Ⅳ マクロ・グラント・エレメントの性質

ある特定の供与国あるいは,ある特定の被援助国に関するマクロ・グラント・エレメントの特性を分析しよう。

供与国と被援助国の2種類のマクロ・グラント・エレメントが考えられるが,少しここで述べよう。

グラント・エレメントを供与国側の費用負担という(A)の理解に解釈すれば，ある特定の供与国が行なっている借款のミクロ・グラント・エレメントをすべて総計し，供与国ごとにマクロ・レベルのグラント・エレメントが計算できる。これがDACが毎年『開発援助報告』で発表している供与国ごとのグラント・エレメントである。

他方，グラント・エレメントを被援助国が援助を無償で受ける便益の割合であるとする(B)の理解に立てば，マクロ・グラント・エレメントは，特定の被援助国ごとに計算することが可能となる。

ここで，一般的な状況で分析するには，複雑になるので，供与国あるいは被援助国のマクロ・レベルですべての借款に適用される変動金利は，同一の期待値μと標準偏差σにしたがう，という前提のもとで分析しよう。

いま，ある国のマクロ・レベルのグラント・エレメントを$\widetilde{N.T.G.}$，借款jのミクロ・グラント・エレメントを$\widetilde{N.G.E_j}$，この借款jの融資額をF_j，償還期間をM_j，据置期間をG_jとしよう。

マクロ・グラント・エレメント$\widetilde{N.T.G.}$と個々の借款のミクロ・グラント・エレメント$\widetilde{N.G.E_j}$との間には（n個の借款があったとき）(注1)，

$$\widetilde{N.T.G.}=\sum_{j=1}^{n}\frac{F_j}{\sum F_j}\widetilde{N.G.E_j} \tag{10}$$

という関係がある。一国レベルのグラント・エレメントは，個々の借款によるミクロ・グラント・エレメントの融資額F_jの加重平均値である。

(10)式より，マクロ・グラント・エレメントの期待値と標準偏差は，それぞれ，

$$E(\widetilde{N.T.G.})=(1-\frac{\bar{R}}{L})\sum_{j=1}^{n}\frac{F_j}{\sum F_j}[1-I_j(G_j,M_j,L)]$$

$$S(\widetilde{N.T.G.})=\frac{\sigma(R)}{L}\sum_{j=1}^{n}\frac{F_j}{\sum F_j}[1-I_j(G_j,M_j,L)]$$

となる。

ここで$1-I_j(G_j,M_j,L)$は，据置期間G_j，償還期間M_jから決まる借款jの元本返済に関するグラント・エレメントとする。

マクロ・グラント・エレメントの期待値と標準偏差は，元本返済に関するグラント・エレメントの融資額F_jの加重平均値になっている。それゆえ，第III節の〔定理4〕,〔定理5〕で示したミクロ・グラント・エレメントの期待値と標準偏差に関して成立していた性質は，マクロ・グラント・エレメントの期待値と標準偏差でもすべて成立している。ここでは，特に第V節で直接用いる性質のみを確認の意味で定理のかたちで述べる。

〔定理6〕 供与国あるいは被援助国のマクロ単位ですべての借款に適用される変動金利が，同一の期待値と標準偏差を持つとき，以下の式が成立する。

(i) $$\gamma=\frac{S(\widetilde{N.T.G.})}{E(\widetilde{N.T.G.})}=\frac{\sigma(R)}{L-R}=\frac{S(\widetilde{R.T.G.})}{E(\widetilde{R.T.G.})}\ (=\frac{\sigma}{l-\mu})$$

(ii) 変動金利が正規分布をしているとき，マクロ・グラント・エレメントがゼロ以下になる確率は，

$$P(\widetilde{N.T.G.}<0)=P[\frac{\widetilde{N.T.G.}-E(\widetilde{N.T.G.})}{S(\widetilde{N.T.G.})}<-\frac{1}{\gamma}] \tag{11}$$

と計算される。

すなわち，マクロ・レベルのグラント・エレメントにおいても，係数γに関して，インフレと連動する変動金利を適用した借款の名目上のグラント・エレメントとインフレが存在しない経済の借

款の実質グラント・エレメントが一致する。さらに，変動金利が正規分布をしているとき，マクロ・グラント・エレメントがゼロ以下になる確率は係数γによって決定される。この確率は，ある供与国が各々の借款で与える償還期間と据置期間とは独立している。

（注1） 詳しくは吉川「開発援助協力における……」参照。

V 変動金利と借款のグラント・エレメント

本稿で導いたいくつかの性質にもとづいて，現実に変動金利を適用している世界銀行，アジア開発銀行のデータと，いくつかの先進国の代表的な長期の市場金利のデータを例にして，借款に変動金利を用いたときのグラント・エレメントの数値を分析してみたい。

DACによるグラント・エレメントがゼロ以下になる確率，通常のコマーシャル・ローンと同一になる確率を主に分析する。この分析結果から，金利変動の幅が借款のグラント・エレメントの数値に，どのように影響するかを理解することができる。

〔定理5〕と〔定理6〕から，個々の借款のミクロ・グラント・エレメントとそれらの集計であるマクロ・グラント・エレメントの両者の分析が同時に可能である。

(11)式にもとづいて，世界銀行，アジア開発銀行の借款の変動金利と，日本，ドイツ，アメリカ，イギリスの市場金利のデータにもとづいて，μ，σを推定し，グラント・エレメントがゼロ以下になる確率を計算したのが第7表である。

世界銀行(1)と(2)のグラント・エレメントがゼロ以下になる確率が，14.2%，6.8%とそれぞれ計算される。アジア開発銀行のそれと比較して，世界銀行の確率の方が高いのは，世界銀行が1982年

第7表 各種の変動金利とグラント・エレメントがゼロ以下になる確率

	変動金利		$\mu+\sigma$	$-\frac{1}{\gamma}\left(=-\frac{l-\mu}{\sigma}\right)$	グラント・エレメントがゼロ以下になる確率（%）
	μ	σ			
アジア開発銀行	6.70	0.42	7.13	−7.78	0
日本	6.05	1.38	7.43	−2.86	0.2
ドイツ	7.26	1.13	8.39	−2.43	0.7
世界銀行(2)	8.53	0.99	9.51	−1.50	6.8
世界銀行(1)	8.68	1.23	9.91	−1.07	14.2
アメリカ	9.91	1.84	11.75	−0.05	48.0
イギリス	10.49	1.04	11.53	0.47	68.1

（出所） 吉川智教「変動金利を適用した借款のグラント・エレメントがゼロ以下になるとき」（『国際開発研究』第1巻第2号 1992年6月）137ページの表2にもとづき作成。

（注） 世界銀行(1)：変動金利を適用しはじめた1982年7月から現在（91年7月）までの19期間すべてのデータにもとづいた。

世界銀行(2)：変動金利を適用しはじめた1982年7月の利子率が11.43%で他の期間と比較すると異常に高い。そのため，その数値をのぞいた1983年1月から現在（91年7月）までの18期間すべてのデータにもとづいた。

アジア開発銀行：変動金利を適用しはじめた1986年7月から現在（91年7月）までの11期間すべてのデータにもとづいた。

日本，ドイツ，アメリカ，イギリス：1982年から90年（年次データ）の各国の国債の金利にもとづいた。

7月に変動金利に移行して以来，金利の変動幅が(1)の場合$\sigma=1.23$，(2)の場合$\sigma=0.99$とアジア開発銀行の$\sigma=0.42$と比較して大きく，また平均金利（$\mu=8.53$）も高いことによる。世界銀行(1)と(2)の$\mu+\sigma$は，それぞれ9.91，9.51であるのに対して，アジア開発銀行のそれは7.13である。すなわち，金利の変動リスク1単位当りの被援助国側の純期待便益は，被援助国の資本の機会費用を10％とすれば，アジア開発銀行が7.78，世界銀行(1)，(2)が1.07，1.50と計算される。

第7表の4カ国の金利は，各国の国債の金利の変動にもとづいて計算しており，指摘するまでもなく，各国の借款の金利ではない。たとえば，日本の海外経済協力基金 (Overseas Economic Cooperation Fund: OECF) の借款の利子は固定金利で平均約2.6％である。

イギリスの金利のμは，10.49％で10％より高い。もしも，この金利を借款の変動金利に適用するならば，グラント・エレメントの期待値$E(\widetilde{T.G.E.})$が，ゼロ以下になることは〔定理5〕と〔定理6〕よりわかる。

アメリカとイギリスの金利の$\mu+\sigma$は，11.75％と11.53％で10％を超えている。〔定理5〕と〔定理6〕の結論から，両者のグラント・エレメントのリスクは，期待値よりも大きい。したがって，開発途上国にとって，アメリカ，イギリスで起債しても得をしないことが理解できる。

ところで，世界銀行とアジア開発銀行の変動金利は，1期（6カ月）前の資本市場での資金調達コストに一定の費用を加えたものと考えられる。したがって，両者の変動金利は，基本的には，世界の代表的な金融市場の長期金利のある種の加重平均と連動していると考えてまちがいない。

第7表にあらわれた世界銀行とアジア開発銀行の変動金利の差は，両援助協力機関の差というよりは，むしろ，両援助機関が変動金利を適用しはじめた時期の差（世界銀行は，1982年7月から，アジア開発銀行は，86年7月から）によるものと理解される。ちなみに，アジア開発銀行が変動金利を採用しはじめた1986年7月以降の両銀行の変動金利の相関係数は0.86とかなり高い。

したがって，この第7表では，世界銀行(1)を1982年7月から現在まで，世界銀行(2)を83年1月から現在まで，アジア開発銀行を86年7月から現在までの，それぞれの国際援助機関の資金調達コストの変動と理解すべきである。

ところで，借款の償還期間は，通常20年から30年，あるいはそれ以上である。それゆえ，われわれの分析で用いるデータも，20年から30年間の変動金利の変化が予測できなければならない。20年から30年の長期期間の金利変動を考えると，金利を決定する要因が大きく変化する可能性があるた

第8表　3期間にわたる変動金利とグラント・エレメントがゼロ以下になる確率

	変動金利		$\mu+\sigma$	$-\frac{1}{\gamma}\left(=-\frac{l-\mu}{\sigma}\right)$	グラント・エレメントがゼロ以下になる確率（%）
	μ	σ			
1962～91	7.76	1.53	9.28	−1.47	7.4
1972～91	8.50	1.22	9.72	−1.23	10.0
1982～91	8.68	1.23	9.91	−1.07	14.2

（出所）第7表と同じ（138ページ　表3による）。

め，変動幅が大きくなることが考えられる。

そこで，世界銀行の金利を例にとって，10年，20年，30年の異なった3期間にわたる金利の変化を分析した。それが第8表である。この例では，分析期間が長くなると，それだけ変動幅が大きく，平均値は低くなることが観察される。この例から，変動金利を借款に適用したとき，グラント・エレメントがゼロ以下になる確率が，7.4％から14.2％あることがわかる。

この例で，グラント・エレメントがゼロ以下になる確率が高いのは，1981年7月から84年6月までの6期間にわたって金利が最高11.60％から最低10.08％と10％を超えているからである。

DAC が計算するグラント・エレメントでは，資本の機会費用を10％としているため，グラント・エレメントがゼロ以下になる確率をゼロにする方法は，金利を10％以上にしないことである。すなわち，変動金利の上限を10％未満にすれば，グラント・エレメントがゼロ以下になる確率はゼロとなる。

グラント・エレメントの(B)の考えにたって，資本の機会費用として，被援助国の機会費用を用い，それが10％以上であるならば，ここで指摘したことはおこらない。この例でいえば，過去の世界銀行の金利の最高値が1981年7月の11.60％であるので，もしも被援助国の資本の機会費用が11.60％以上であれば，グラント・エレメントがゼロ以下になることはありえない。

以上，現在適用されている変動金利の分析結果から次の結論を得る。

〔定理7〕

借款に変動金利を適用するとき，事前に変動金利の上限 v を $v \leqq \bar{l}\ (\leqq l)$ とさだめることによって（DAC が計算するグラント・エレメントでは $v \leqq 10$％），

（i） 被援助国と供与国に対して，グラント・エレメントの下限値を示すことができる。

（ii） 被援助国にとって，変動金利の $r \leqq v$ の範囲内で，変動金利にともなう不確定性を回避することができる。

（iii） 供与国にとっては，資本調達コスト w が v より大きいとき，その金利差 $w-v$ を(a)供与国間でいかに負担するか，あるいは(b)他の期間の金利にいかにスプレッドさせるか，の問題を解決する必要がある。

結　び

本稿では，1980年代後半以後，グラント・エレメントの低い OOF や国際援助機関を中心として適用されはじめた変動金利を，グラントの分析枠組にもとづいて，固定金利による借款と比較しながら分析してきた。本稿で得た主要な結論の経済援助政策上の意味を最後に指摘したい。

変動金利は，多くの場合インフレ率と連動しており，この場合，〔定理3〕で述べたように，インフレは，グラント・エレメントに対して負の効果をもたらす。インフレと連動した変動金利を借款に適用することによって，供与国側にとっては，資本コストの負担減になるが，被援助国にとっては返済コスト増となる。

世界銀行，アジア開発銀行の変動金利のデータを用いて係数 γ を計算すると，グラント・エレメントがゼロ以下になる確率は，それぞれ6.8～14.2％，0％と分析される。このように変動金利を適用して借款のグラント・エレメントがゼロ以下になる現象を回避するには，借款に適用する変動金利に上限 v を $v \leqq \bar{l}\ (\leqq l)$，上限 v を資本の

機会費用 l よりも低く，設定する必要がある。このことは，供与国にとっては，資本調達コストの負担増を招くが，被援助国側にとっては，グラント・エレメントの下限値を事前に知ることができ，さらに，借款のグラント・エレメントがゼロになることが回避され，その意義は大きい。

世界銀行のIDA，アジア開発銀行のADFにみられるように，総借款額の約25％から35％に対して，金利ゼロの固定金利による借款が適用されている。このように被援助国に対してきわめて有利な固定金利が適用されるためには，現在のところ，当該被援助国の経済発展レベル，プロジェクトの種類とその経済効率性などが重要な条件になる。

残りの資金の約7割に対しては，変動金利が適用されている。この変動金利に金利の上限を設定せずに，現在のようなやり方が適用されれば，将来も借款のグラントがゼロあるいは負になるケースは十分におこりうる。

すでに指摘したが，金利に事前に上限を設定することによって，供与国側の資本調達コストの負担増を招くことになるが，他方，グラント・エレメントの下限値が事前にわかり，借款のグラント・エレメントがゼロあるいは負になることが回避され，被援助国側にとってはその意義は大きい。

（横浜市立大学商学部教授）

〔**付記**〕 本稿をまとめるにあたって，世界銀行上野宏博士，一橋大学田近栄治教授，横浜市立大学西島益幸助教授および本誌の2人のレフリーより大変に有意義なコメントをいただいた。本研究は，外務省1991年度開発援助研究「日本の援助協力プロジェクトの特性とその国際比較」（代表　吉川智教）の研究の一部を発展させたものである。記して感謝したい。