一次産品価格の短期不安定性

—— 錫の現物・先物市場と緩衝在庫操作 ——

坂井秀吉

Ⅰ 序　論

一次産品問題は発展途上諸国独自の問題ではないにしても，大多数の途上諸国の重要な輸出所得の源泉となっている点でその特殊性がある。国連貿易開発会議において，途上諸国から出される商品協定の拡大要求や共通基金設立への強い要求がこのことをよく物語っている。

ところで，一次産品問題は，通常明示的にせよ，陰伏的にせよ，多くの経済開発専門家や開発経済学者の間では，次のような仮説のかたちで述べられる事が多い。すなわち，政府収入および一次産品生産部門の主要な収入源泉を輸出に依存している国では，輸出所得の不安定性が経済計画や生産計画の実施を困難なものとしており，計画の立案意欲すら削ぐものとなっている。ひいては，これら諸国の経済発展の阻害要因となっているというのである。この仮説はより明示的に述べると，実は二つの複合仮説から構成されている。

まず第1の複合仮説は，価格の不安定性に関するものである。一次産品の市場における商品特性はこれらの産品の需要および供給の価格弾力性がとくに小さいというものである。したがって，外生的要因（天候，災害，害虫等）による産出量の変動がより大きな市場価格の変動をもたらし，これが一次産品輸出国の所得の不安定性の原因となっているという主張である。次に第2の複合仮説は，このようにして生じた輸出所得の不安定性が経済の成長の大きな阻害要因となっているというものである。これらの仮説は，実際，種々の型で実証研究にふされたのである。

今では，非常に有名になったマックビーン〔10〕の研究によると，第1の仮説検定の結果は発展途上諸国と先進国とでは輸出の不安定性の度合いに有意な差が見い出せないというものであり，第2の仮説検定では，輸出と経済成長との間にも有意な相関が見い出せないというものであった。しかしながら，ナヤ〔15〕，グレザコス〔4〕，ローソン〔9〕等は最近の実証研究によって，大多数の発展途上諸国の輸出の不安定性は無視すべからざるものがあるというマックビーンの逆の結論を得ている。このようにして，先に述べた一般的仮説にはまだまだ議論の余地が残されているのである。仮説検定を行なう場合，仮説そのものが複合仮説を形成していると検定上の困難が発生することはよく知られている。また，第1，第2の複合仮説のいずれについても，その因果関係が非常に間接的なものであったり，明瞭な因果関係を想定するこ

とが困難であったりする。たとえば，第１の複合仮説については価格と供給関数のシフトによる産出量の変動が他の条件を一定とすれば逆方向に動くという事実に着目すれば，価格の変動が直接に輸出所得の変動の原因とはならないということが判る。次に第２の複合仮説は，より間接的な関係でしかない，輸出と経済成長の論理的因果関係の間には，政府・民間の貯蓄行動や外資を含めた資本の蓄積・生産といった行動が介在してくるのであり，輸出と成長の変動関係は，論理的にかなり遠い関係であると言わざるを得ない。このような理由のために，一次産品問題に関する広く了解されている先に述べた仮説は厳密に議論するにはあまりにも曖昧すぎると言ってよい。したがって，本稿では価格の不安定性問題と輸出所得の不安定性問題を区別し，前者の問題に議論を限定する。

輸出所得の不安定性問題から価格の不安定性問題を切り離してもこの価格の不安定性問題の経済学的重要性はいささかも減じない。第Ⅱ節では，価格の不安定性問題を経済厚生の観点から明らかにし価格の安定化の目的を明示することにしよう。

ひとたび価格の安定化の目的が明らかになったとしよう。次の問題は，言うまでもなく，この目的を有効で効率的に達成する手段があるかどうかということである。国際商品協定による価格操作がその一つの手段であるが，これについては従来から運営上の困難が指摘されている(注1)。一方，商品の差別化ができにくい商品特性をもつもの，たとえば錫地金の場合，しばしば，国際錫協定は成功の物語として言及される。この場合，緩衝在庫操作，輸出割当が価格操作のための手段として行使される。緩衝在庫操作と比較して輸出割当が社会的にみてよりコスト高となることは周知のとおりである。緩衝在庫操作はそれ自身，自己充足的資金調達機能（Self-liquidating Function）をもつのでコストは安くなるのであるが価格安定化のために有効であるかどうかという問題が残る。これは主として価格変動の波のもつ性格により緩衝在庫操作の有効性が問われるのである。第Ⅲ節で波動の性質に関する若干の考察を行なう。価格波動と緩衝在庫操作の有効性を実証分析可能なように，錫市場を具体的に取り上げ，このオペレーショナルなモデルを第Ⅳ節以降で提示する。

一次産品市場（特に在庫可能財）の価格形成・変動を分析する場合，現物市場(spot market)の考察と同時に先物市場(futures market)の考察を欠かすわけにはゆかない。第Ⅳ節では錫の現物市場（マレーシア・マーケット）の行動を説明するモデルを事実に即して導出し，第Ⅴ節では先物市場（ロンドン・メタル・エクスチェンジ)の行動モデルを提示する。第Ⅵ節では両市場のモデルを結合し緩衝在庫操作の有効性を検討する。

（注１） この問題は産業組織論の立場から詳細に分析が進められているが，この点について興味のある読者は今井〔26〕を参照されたい。

Ⅱ 価格の不安定性問題と安定化目的

ハリー・ジョンソン〔８〕は「南北問題の経済学」で次のように述べている。国際商品協定による安定化計画については「安定化のための（市場）操作・介入を企画したり，それを批判したりする場合のむずかしさは安定化の概念自体が曖昧であるということにある」このジョンソンの意見にしたがえば，本論文の究極目的が価格安定化のための緩衝在庫操作の有効性を検討することにあるので，まずもって，価格安定化のもつ概念を明らかにしておく必要があろう。

周知のように，競争均衡がワルラス的市場調整機能を通じて各経済主体をパレート最適に導くという原理は「厚生経済学の基本定理」として有名である。この定理は，経済の効率性に価値基準をおき所得の分配面を捨象するパレート派厚生経済学の思想を前提として導かれるものである。この思想を支持する価格理論家が，価格安定化のために市場に政策介入することに対して強い反対意見を表明することは容易に理解できよう。この種の意見の中には混乱もあるのであって，まず明確にしておかなければならない点は，競争均衡とパレート最適の対応においては，前者は後者の十分条件ではあっても必要条件ではないということである。したがって，以下の議論をこの十分条件に限定して検討した場合，緩衝在庫操作による市場介入はこの十分条件に必ずしも抵触しないということである。これは，不確定性の存在する市場では投機家的参入として緩衝在庫操作を考えることができるからに他ならない。この点については，本節の後半で厳密に検討するのであるが，その前に価格の不安定性問題は長期の問題なのか，それとも短期の問題なのかを検討しておこう。

われわれの議論は競争均衡を前提にしているので，動学過程がヒックス的一般均衡動学〔5〕を満たす場合は安定均衡径路を予定することもできよう。また，このように考えなくても，一般に事実認識として安定均衡径路上に経済があると想定できる場合は，この径路の途中で発生する外生的要因（天候・災害・戦争）で経済が攪乱されたとしても長期にはこの均衡径路へ経済の運行は戻るのであって，経済全体の運行にとってはこの外生的攪乱はさして問題にはならない。したがって，この場合に生ずる価格の不安定性もまたさしたる問題とはならないであろう(注1)。とすれば価格の不安定性が問題となるのは，短期では調整困難な諸要素に与える影響が経済の各主体にどのような結果をもたらすかということであろう。

価格の不安定性問題が短期の問題である以上，当然のことながら価格の安定化計画も短期の要請と考える必要がある。

短期の価格不安定性に問題を限定した場合，生産者にとってこの問題は，短期では調整困難な投下資本に帰属される準地代の不安定性の問題であるし，需要者にとっては価格の変動により生ずる変動以前の経済厚生を確保するに要する，所得補償分(注2)の不安定性の問題である。いいかえれば生産者余剰・消費者余剰の変動の問題であると言えよう。

問題の視点がこのように定まった場合，三つの経済の状態について各々その経済厚生を比較することは興味ある問題である。われわれの設定する三つの経済状態とは，定常状態にある市場，ランダム・ウォークに直面している市場，そして後者の市場に価格操作の介入がある市場である。

以下，本節の議論を通じて，モデルを簡略にするため，特に需要の選好場では所得効果の無視できる補償需要関数（Compensated Demand）で考える。次に，不確定性下の経済主体の行動については，通常の危険回避者（risk averter）を仮定し，かつサムエルソン〔8〕の銘名による期待効用極大化（moral expectation maximization）を仮定する。このような経済主体が確定所得と不確定所得のいずれかを選択する意志決定にせまられた場合，もし，彼が不確定所得を選択したとすれば，この不確定所得から生まれる平均所得は，彼の望むリスク・プレミアム分だけ確定所得額より大きくなくてはならない。言い換えれば，平均所得額が確定所得額より大であることは，確定所得より不確定所得

が選好されるための必要条件であり，さらにこの事は必要条件ではあっても十分条件ではない点に注意すべきである(注3)。

十分条件は満たさないとしても，弱い主張として必要条件に留意しながら，経済厚生に関する何らかの有意な判断基準を導くことは可能であろう。

さて，最初に定常状態とランダム・ウォークの二市場において社会的経済厚生の比較を行なう。市場の変動は需要および供給のランダム変動によって生ずるものと考える。市場のモデルは以下のとおりである。

$$D(Pt)=A-a\,Pt+Ut \qquad \text{需要曲線} \qquad (1)$$

$$S(Pt)=-B+b\,Pt+Vt \qquad \text{供給曲線} \qquad (2)$$

$Pt\equiv$価格，A, B, a, $b>0$

U_t と V_t は共にランダム変数で次の仮定にしたがう。

$$E(Ut)=E(Vt)=0 \qquad (3)$$

$$E(Ut\cdot Vt)=0,\quad E(Ut^2)=\sigma_u^2,\quad E(Vt^2)=\sigma_v^2$$

ここで定常状態の市場を以下のように定義する。

$$E[D(P_t)]=A-a\,P_t \qquad (1)'$$

$$E[S(P_t)]=-B+b\,P_t \qquad (2)'$$

定常状態での均衡は

$$Q^*=A-a\,P^*=-B+b\,P^*$$

である。

さらに，定常状態での社会的経済厚生 K^* を消費者余剰と生産者余剰の和で定義すると K^* は次式で求められる(注4)。

$$K^*=\frac{1}{2}Q^*\left(\frac{A}{a}-\frac{B}{b}\right) \qquad \frac{A}{a}>\frac{B}{b} \qquad (3)$$

他方，ランダム変動の市場では，均衡数量，Q_t は，

$$Q_t=Q^*+\frac{b\,U_t+a\,V_t}{a+b} \qquad (4)$$

また，この市場のある期の社会的経済厚生 K_t を，同様に，消費者余剰と生産者余剰の和で定義すると，

$$Kt=\frac{1}{2}Q_t\left[\left(\frac{A}{a}-\frac{B}{b}\right)+\left(\frac{U_t}{a}+\frac{V_t}{b}\right)\right] \qquad (5)$$

(3)，(4)の両式から，

$$K_t-K^*=\frac{b\,U_t+a\,V_t}{a\,b}Q^*+\left(\frac{A}{a}-\frac{B}{b}\right)\times\left(\frac{b\,U_t+a\,V_t}{a+b}\right)+\frac{(b\,U_t+a\,Vt)^2}{(a+b)ab} \qquad (6)$$

K_t はランダム変数であるから，(6) 式の統計的期待値をとると，

$$E[K_t]-K^*=\frac{b^2\,\sigma_u^2+a^2\,\sigma_v^2}{ab(a+b)}>0 \qquad (7)$$

すなわち，

$$K^*<E[K_t] \qquad (8)$$

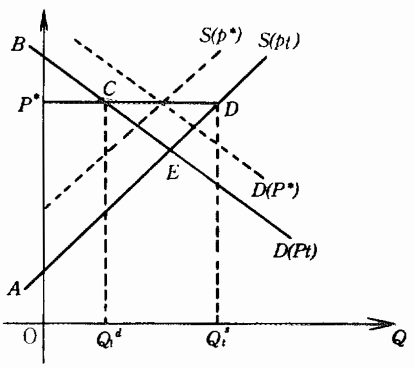
が成り立つ，このことから次の命題が主張できる。

〔命題 I〕 安定した市場と不安定市場を，社会的経済厚生の意味で比較した場合，安定市場の方が不安定市場より望ましいとは必ずしも言えない(注5)。

この命題は少しく驚くべき主張をしている。一般的には市場の不安定性は社会的に望ましくないと思われがちであるがこれは正しくない。需要者と供給者の双方とも危険回避者 (risk averter) を仮定すると，もし市場の不安定性が大きく，それゆえにこれから得られる経済厚生の統計的期待値が大きい場合，これらのリスク嫌いの行動から要求される，リスクプレミアムよりもこの期待値が上まわる時には，むしろ安定した市場経済より不安定市場経済の方が社会的にみて望ましいのである。

次に不安定市場の経済厚生と，この不安定市場に価格安定化の介入が導入された場合の経済厚生の比較について言及しよう。第1図は縦軸は価格を横軸は数量を表わしている。直線 $S(P^*)$, $D(P^*)$

第１図



はおのおの，平均的定常状態の市場供給曲線および需要曲線を示している，また価格，P^* はこの状態での均衡価格である。この P^* は第三節でも述べるが一般には観測され得ない。というのは不断に変動する市場では誰も定常状態を経験することはないからである。しかしながら，今かりに，P^* が得られており，この P^* に価格に支持されるべく緩衝在庫操作が行なわれているものとしよう，第１図での緩衝在庫の操作は $(Q_t^s-Q^p)$ の需要・供給の不均衡量に対して買オペレーションが行なわれるであろう。

この場合，マッセル〔11〕とタノブスキー〔19〕は次の命題を導出している。

〔命題〕 需要・供給の両曲線がランダムにシフトする時，社会的にみて利得者がその損失者を補償する所得の再分配を前提にすると，常に社会的経済原生は，価格を安定化させた時に大きくなる。

この主張は記号式で示すと，次のように記述できよう。先の場合と同様，不安定市場の経済厚生を K_t で表わし，他方，不安定市場に価格支持操作が介入した場合の経済厚生を，$\tilde{K}_t$ と表わすと命題IIは，

$$E[K_t]<E[\tilde{K}_t] \tag{9}$$

で表わされる。

(8)，(9)式より結局，

$$K^*<E[K_t]<E[\tilde{K}_t] \tag{10}$$

この(10)式が意味していることは，定常状態でのパレート最適より不安定市場でのパレート最適が有利である場合があるということ，さらに，不安定市場では，自己充足的資金調達(Self-liquidating)機能をもつ緩衝在庫操作が投機的に介入し市場価格の安定が保証された場合，補償原理の実行がある場合にかぎりより有利なパレート最適点へ社会を導く可能性があることを意味している。さらに，マッセルおよびタノブスキーの主張は，その前提に補償原理の適用を置いているので，必ずこれが実行されるという場合においてのみ現実的に意味をもつ。この点で，いわゆる仮想的補償原理(hypothetical compensation principle)のもとでのカルドア・ヒックス的パレート最適をもし意図しているのであれば，彼らの主張は理論的に無益であるかもしれない。

最後に，もし不安定市場において，価格支持政策が望まれるとすれば，それは，しばしば言われているように，安定した市場が望ましいからという理由ではなく，むしろ，社会的に見ればより経済厚生の有利な不安定市場の場合ですら補償原理の実施を前提として，価格支持を行なった時，社会はさらに有利な経済厚生を享受することができるからに他ならないと言う理由であろう。

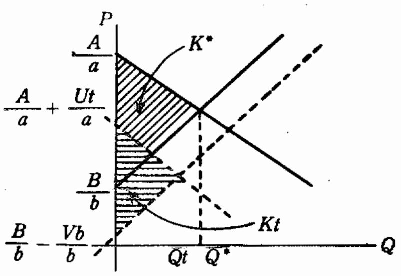
（注１） 外生的要因が長期の均衡経路に影響を与える場合として枯渇性資源の場合があるが，この場合も価格の上昇を通じて代替財の開発が順調に進めば長期的にはやはり調整され尽すであろう。

（注２） 価格が下落する時は，以前と同一の経済厚生を得るために補償さるべき所得損失(Conpensating Variation)と価格が上昇する時は得らるべき所得の利得(Equivalent Variation)の問題である。詳細は，J. R. Hicks〔25〕を参照。

（注３） 充分条件となり得ないのは，平均所得によ

る選好を仮定すると，St. Petersberg Paradox が生ずることによる。P. A. Samuelson〔18〕参照。

（注4）



（注5） 線型関数を仮定しないで，価格弾力性が正であることを仮定したより一般的場合の証明については，Sakai, H., "Short-Run Price Instability of a Primary Commodity, Spot-Futures Markets and Buffer Stock Control," Paper Presented to the International Symposium on New Directions of Asia's Development Strategies, Held on March, 1979 at the Institute of Developing Economies, Tokyo.

III 価格波動の性質

第II節では，経済的厚生という観点から，市場状態に関する有意な判断基準を導くため非常に単純でかつ理想的な概念操作に終始した。このため緩衝在庫操作当局は，プライス・テーカーとして平均的定常均衡価格（第1図のP^*）を実測できるものと仮定してきた。しかしながら，ひとたび現実の問題として考えた場合，不断に生ずる外生的攪乱によって市場がみだされ価格が変動を続けている場合，この市場に参加している何人と言えども，この概念的な平均定常均衡価格を観察することはできないであろう。現在生起している価格の変動がこの平均定常均衡価格より上にあるのかあるいはずっと下の方にあるのかという判断は非常に恣意的にならざるを得ない。

このような場合，緩衝在庫操作当局は，原則的に現在の市場で成立している価格情報と過去に成立した価格情報にもとづいて投機的に在庫の売買をするしかない。この過去と現在の価格の乖離がある時，一般に次の二つの方式による操作介入の仕方があるだろう。一つはたとえば，過去の平均価格と現在の価格の乖離そのものに着目し売買を行なう方式（ポイント方式と呼ぶ）と，何らかの基準によって，予め買操作のための上限価格と売操作のための下限価格を定めておき，現在の価格がこの上・下限で決められた価格帯を超えて変動する時に市場介入が行なわれる方式（価格帯方式）とである。一般に国際商品協定ではこの後者の価格帯方式が採用されている。しかしながら，原理的にポイント方式と価格帯方式とでは何ら有意な差異はない。したがって，便宜的に以下の議論はポイント方式で行なうことにしよう。

1961年，ムース〔14〕は「合理的期待と価格変動の理論」と題する論文の中で，次のように主張している。

「もしも在庫投機が利得目的のために現物市場に参入するならば，現物価格は，市場の調整機能を通じて効率的に安定化される。」

このムースの主張を裏づける事実が観察されるかどうかであるが，これについては種々の議論があるところである。序論でも述べたとおり国際錫委員会の場合，価格帯方式の下で錫地金の現物価格の変動はかなり安定化されたと言われている。しかしながら，これは，緩衝在庫操作によるというよりも輸出規制によるものだという意見もある。一方，過去において，価格帯そのものの変動が激しいという点にも注意すべきであろう。

錫地金の価格変動を価格帯内の変動として観察してやると，この価格帯を上まわる価格変動は

過去において数回しかない。この事実をもって，国際錫委員会は成功の物語として語られるのである。

ところで，この価格帯の変更はどのようにして行なわれるのであるかということであるが，現在の現物価格が現在設定されている価格帯を大幅に超える時，国際錫委員会で，この大きな現物価格の変動に合わせて価格帯そのものを変更する。価格帯は現在の価格の変動の関数であるという事実に着目する時，ある設定された価格帯で現物価格の変動が多くの場合，その幅の中にあるというのはむしろ当然のことであり，どの価格帯にも属さないような価格の変動を想定するとすれば，それは驚くべきことだろう。このように考えてくれば，錫委員会の成功物語は，皮肉にもトートロジーの物語のようにも思えてくるのである。このような事情もあって，従来から，現物市場に関する緩衝在庫操作の有効性についてはさまざまな疑念ないし不信が表明されているのである。

ムースの理論モデルによると緩衝在庫操作は有効であるという帰結が得られる。しかしながら，ムース自身も恐らく気がついているであろうが，このような帰結が得られるのは，非常に特殊な仮定が妥当性をもつ場合のみである。より一般的には価格波動について先験的に特殊な仮定が妥当するという何らの理論的根拠もないのであって，実際，そのような場合，第VI節で厳密に検討するように，ムースの結論は，緩衝在庫操作が有効であるために好都合な仮定が価格波動について成立する場合にのみ証明できるのである。より一般的に，この操作の有効性が失われるような価格波動の性格が理論的に排除できない場合，ムースの論理はトートロジーとなろう。一方仮説の妥当性についてはこれを実証的研究に待つ他ない。このような観点から，第IV節以降では，実証可能なように錫経済の理論モデルを提示する。

IV 現物市場モデル

錫鉱業は，マレーシア，タイ，インドネシア，ボリビアの4カ国に集中しており，1971～75年平均で世界の77.9%の錫精鉱(tin-in-concentrate) がこれらの国で生産された。錫の輸出のうち22.1%は錫精鉱(注1)であり，残りは錫地金であるから，錫輸出の圧倒的部分は錫地金の形で行なわれていると言えよう。世界全体の錫地金の輸出は，1961～70年の年平均で71.9%，1971～75年の年平均で67.8%がマレーシア，タイ，イギリスから輸出された。特に，マレーシアの輸出はこの3カ国輸出の68.9%を占める。

世界の主要な錫地金の市場はロンドン・メタル・エクスチェンジ (LME), ニューヨーク，とペナンである。これらの市場の特徴は，LME では現物市場と先物市場の両方からなるが先物市場の役割が重要であると言われている。また，ニューヨーク市場は世界最大の錫消費国として重要であるが，ここでの価格は，ニューヨーク・プロンプトと呼ばれ，*The American Metal Market and The Engineering Mining Journal* の誌上で発表される。他方，ペナン市場は錫地金の現物価格形成の上で特に重要であり，インドネシアやタイの錫地金の価格はペナン価格に追従すると言われている。ペナン価格はエクス・スメルター (ex-smelter)と呼ばれ，当日売りに出される錫地金に対して，各国の買手からのビッドで決定される(注2)。このような理由から，本節では，マレーシアの錫経済を中心として錫の現物市場モデルを考察する。

マレーシアの錫精鉱は沖積性の土質 (alluvial deposits) から得られる事を特長としている。この

土質では，資本集約度の高いドレッジング（dredging）法から労働集約的な露天掘りといった単純な技術などでも採集が可能である利点を有している。マレーシアにおいて最も一般的に採用されている技術は，グラベル・ポンプ法（gravel pumping）と呼ばれるもので，1977年の生産量のうち50.9%はこの方法に拠っている。グラベル・ポンプ法では水が本質的な役割を果たしているため精鉱生産は天候不順の影響を受けやすい(注3)。この外生的攪乱が錫供給の短期変動をもたらす原因の一つとなっている。他の短期変動の原因をなす要因は精鉱中に含まれる錫地金の含有量である。このことを明らかにするためには，精錬所と精鉱生産者との関係について言及しなければならない。

錫地金の買売は精錬所で精鉱が精錬された後でこの錫地金分について成立するのではないという点に注意すべきである。以下，Y・H・イップ〔22〕の研究に依拠しながら説明しよう。

マレーシアにおける精錬所は，その主たる業務が錫精鉱の精錬にあると言うよりもむしろ錫地金の競売人の役割を担っていると言える。この競売人は，各鉱山から集荷されてきた精鉱について錫地金の供給量を何らかの方法で決定し競売に付すのであるが，この時点では集荷された精鉱からどれだけの錫地金が得られるかは未知である。しかしながら，一たん決定された錫地金量に対して各買付け希望量と指値によりその日の錫地金市場価格が成立し，各買手に対してその市場価格による買売契約が結ばれると，精錬所はこの契約にしたがって販売量を保証しなければならない。もし精錬後の錫地金量が契約を満たさない量であれば精錬所はどこか他の市場で彼自身が錫地金の買手に回わらなければならないし，またもしこの地金量が契約量を超過する場合は，錫地金の販売により

第1表

実収率(%)	損失率(%)	運搬費(ドル)	精錬費(ドル)
64.0	2.00	2.50	5.70
65.0	1.90	2.50	5.65
66.0	1.80	2.50	5.60
67.0	1.70	2.50	5.55
68.0	1.60	2.50	5.50
69.0	1.50	2.50	5.45
70.0	1.40	2.50	5.40
71.0	1.30	2.50	5.35
72.0	1.20	2.50	5.30
73.0	1.10	2.50	5.25
74.0	1.00	2.50	5.20
75.0	.90	2.50	5.15
76.0	.80	2.50	5.10
77.0	.70	2.50	5.05
78.0	.60	2.50	5.00

（出所） Yip, Y. H., *The Development of the Tin Mining Industry of Malaya*, Kuala Lumpul, University of Malay Press, 1969, p. 33.

受取る収入以上のものを精鉱生産者に支払わなければならない。このようにして，精錬所は本質的に投機家的性格をもつ競売人なのである。

錫鉱山が受取る精鉱価格は次の三つの要因で決定される。

（i） ペナン市場で上に述べた様なビッド方式により決定された錫地金市場価格 P

（ii） 精錬所に渡した精鉱中の地金の含有比率 X%

（iii） 精錬費およびその他の費用 $C_1(X)$

である。精鉱1ピクル当りの精錬費およびその他の費用は第1表に与えられており，次の費用式を与える。

$$C_1(X)=19.8-0.15\,X \tag{1}$$

次に，鉱山の受けとる精鉱1ピクル当りの価格，Pc は

$$Pc=PX-C_1(X) \tag{2}$$

である。このようにして当日集荷の精鉱価格は当日値の地金価格で決定され鉱山主に支払われることになる。

さて，錫の供給側の行動はどのようなものであるかを考えてみよう。まず，当日売りのある個人の鉱山主の錫地金含有量 Q は当該市場日においては，鉱山主と精鉱所の両者にとって未知である。したがって次の確率モデルを仮定しよう。

$$Q=\mu Y+V \tag{3}$$

$$E(V_t)=0 \qquad E(V_t\cdot V_s)=\begin{cases}\sigma_v^2 & t=s\\ 0 & t\neq s\end{cases}$$

$Y\equiv$ 鉱山主が精錬所へ受け渡した精鉱量

$\mu\equiv$ 精鉱1ピクル当たりの平均地金含有率

$V\equiv$ 攪乱項

各鉱山主にとって錫地金価格は市場から与えられることとなるため，これら鉱山主が直面している錫地金の需要曲線は完全弾力的であると仮定しよう。このとき，鉱山主の利潤式は次のようにして与えられる。

$$\pi=PQ-YC_1(X)-C_2(Y) \tag{4}$$

$\pi\equiv$ 利潤

$C_2(Y)\equiv$ 精鉱生産のための費用(注4)

(4)式は錫地金含有量 Q が確率分布にしたがうため，利潤も確率変数となっている。

鉱山主は危険回避者であり通常にモラル・エクスペクテーションの極大化行動をとるものと仮定すると，極大化条件は次式で与えられる。

$$E\left[\phi'(\pi)\frac{d\pi}{dY}\right]=0 \tag{5}$$

$\phi(\pi)\equiv$ 危険回避者の利潤に関する効用関数

$$\phi'(\pi)>0,\quad \phi''(\pi)<0 \tag{6}$$

(6)の条件より，

$$\frac{d\pi}{dY}=0 \tag{7}$$

定義により，$X=\dfrac{Q}{Y}$ であるから，

$$\frac{d\pi}{dY}=P\mu+(b\mu-a)-\frac{dC_2(Y)}{dY}=0$$

すなわち，

$$\frac{dC_2(Y)}{dY}=P\mu+(b\mu-a) \tag{8}$$

が得られる。

(8)式の右辺は，鉱山主が受け取る精鉱1ピクル当りの平均価格であることがわかる。また，(8)式の意味するところは明らかに，鉱山主は平均的精鉱価格に反応して生産計画を立案するという主張をなしている。(8)式の左辺である限界費用曲線をこのようにして錫精鉱の供給曲線 $S(Y)$ とすると，

$$P_r=S(Y) \tag{9}$$

$$P_r\equiv P\mu-(a-b\mu) \tag{10}$$

ここで，第1図のA点における供給の価格弾力性を η^* とすると，

$$\eta^*=\frac{P_r^*}{Y^*}\frac{dY}{dP_r}$$

である。

(10)式より，

$$dP_r=\mu dP$$

であることから，

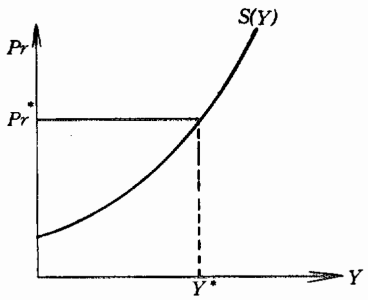
$$dY=\frac{Y^*}{P_r^*}\eta^*dP_r=\frac{1}{P_r^*}\cdot Y^*\eta^*\mu dP \tag{11}$$

この(11)式は錫地金の市場価格の変動にともなう鉱山主の生産計画の変更を意味する。

ところで，当日売りの錫精鉱平均価格は，鉱山主は精錬所に錫精鉱を引渡した後で市場で建値されるため，生産計画時点では，当日売りの錫地金価格はいまだ生産者にとって未知である。この事から，生産者が生産計画を立案する場合，何らかの情報に基づいて彼は錫の地金価格に関する価格予想を持っていなければならないであろう。そして彼が現在の生産から計画的にそれを変更させる場合は，彼の価格予想が変化したからであると考えることができよう。

価格予想（価格の期待形成）に関する理論は従来

第2図



いくつか発表されました実証研究にふされているが，本論文では，特に，ムース理論を採用している。これは合理的期待形成仮説(national expectation hypothesis) と呼ばれているものである。この合理的期待形成仮説によると，各企業家の持つ主観的確率分布が客観的確率分布のまわりに分布する傾向をもつというものである(注5)。この仮説について，ムースは次のように主張している。(i)情報はそれ自身で稀少価値をもっており，一般的に経済体系はこれを浪費するようなことはない，(ii)期待が形成される方法は特にその経済を記述する体系に依存する，(iii)パブリックな予測は，もしそれが内部情報に基づかないものであれば経済体系の運行に実質的な影響を持つものではない。このように，まず情報それ自身が経済財であるということを前提とし，経済体系の内部情報に基づく価格予測のみが有効であり，予測理論に基づいた方が企業の予想より良好である場合はここに常に予測理論家の利潤機会が生じるし，またもし各企業の予想がこの理論的な予測と同じであるならばこの時には予測理論家の利潤機会は存在し得えず，結局先に述べた合理的期待形成仮説と呼ばれる命題が成立するというものである。

今，これら価格の予測値を P^e とすると，合理的期待形成仮説は次式で書ける。

$$E[P]=P^e \tag{12}$$

さて，何らかの内部情報に基づいて生産者の価格予想が dP^e だけ変化したとしよう。この時，彼の計画生産量の変動分は，

$$dY^e=\frac{1}{P_r{*}}Y^*\eta^*\mu dP^e \tag{13}$$

となる。ここで予測不可能な外乱による変動を考え実現される錫地金供給量の変動を dQ とすると，(3)式と(13)式より，

$$dQ=r\,dP^e+U \tag{14}$$

$$r\equiv\frac{1}{P_r{*}}Y^*\eta^*\mu^2 \tag{15}$$

U は天候不順等の原因で生ずる攪乱項であり

$$\left.\begin{array}{l}E[U]=0\\ E[U^2]=\sigma^2\end{array}\right\} \tag{16}$$

である。

以上は，供給側のモデル分析であるが，他方，需要側の変動モデルについても考慮する必要がある。よく知られているように，錫の用途(注6)は缶，ハンダ，ベアリング等多岐にわたるが主として，投入材料とし使用され，最終財としての錫容器・装飾品等への利用は，前者への利用と比較して相対的に重要性が低いため，錫の需要関数としてはむしろ派生需要関数を想定する必要があろう。また派生需要関数を考える場合，技術の変化が錫需要に直接影響を与えると考えられよう。たとえば，代替財の開発，錫節約的技術進歩等である。これらを考慮すると錫の派生需要関数は次式で規定できる。

$$D=D(P,\ T,\ \lambda) \tag{17}$$

ここで D は錫需要量，P は錫地金価格，T は工業生産指数，λ は技術進歩を示している。

符号条件は，

$$\frac{\partial D}{\partial P}<0,\quad \frac{\partial D}{\partial T}>0,\quad \frac{\partial D}{\partial \lambda}<0$$

である。

経験的には錫の需要は著しく安定していると言

われている。技術変化は長期の期間を要するのであるが，この長期においては工業生産の伸びによる錫需要の潜在的増大は一部，技術進歩の効果によって相殺されるからであろう。他方，短期では特に製造業部門においては一たん編成された生産計画はこれを変更することが著しくコスト高となる。したがって，需要側で生ずる需要の変動は短期では価格変動にともなう必要錫地金量の購売日の配分という形で生ずると考えられよう。

(17)式より錫需要量の総変動は次式で与えられる。

$$dD=\frac{\partial D}{\partial P}dP+\frac{\partial D}{\partial T}dT+\frac{\partial D}{\partial \lambda} \tag{18}$$

短期変動は上で行なった考察により結局，

$$dD=\frac{\partial D}{\partial P}dP \tag{19}$$

で与えられると考えられよう。

ここで，錫需要の価格弾力性をζ^*とすると

$$\zeta^*=-\frac{P^*}{D^*}\frac{\partial D}{\partial P}$$

であるから，

$$dD=-\frac{1}{P^*}D^*\zeta^*dP=-\beta dP,\ \beta\equiv\frac{1}{P^*}D^*\zeta^* \tag{20}$$

が需要側の短期変動量を与える。

（注1） 錫精鉱の84.2%（1971～75年平均）はボリビア，インドネシア，オーストラリアから輸出されており，特にボリビアでは国内生産の73.8%を精鉱のまま輸出している。

（注2） 価格決定の詳細は山田三郎編『世界の商品Ⅲ』アジア経済研究所 1968年，参照。

（注3） K. A. M. Ariff〔2〕を参照。

（注4） $C_2(Y)$は純粋に生産技術で定まる費用曲線。

（注5） 各企業家のもつ主観的価格予想が事後的な価格変動の確率分布の平均値に集まる傾向があるという主張。

（注6） 山田三郎 前掲書 参照

V 先物市場モデル

投機行動を考察するに先だって，現物市場に参入する投機と先物市場に参入する投機の二種類があることを明らかにしておこう。

在庫可能財の場合で商品の価格が短期的に激しく変動する場合，いわゆる組織化された投機市場が明示的に存在しなくても，現物市場に投機が参入する余地は常にあるのであって，この典型が在庫投機である。伝統的にはこのような投機が現物市場に参入することによって現物市場価格が安定するものと想定されており，実際，この考え方が国際商品協定の緩衝在庫操作の根底にあるのであって，ムース理論がこの考え方の有力な理論的根拠を与えているということは序論ですでに述べたとおりである。一方，もしも，このような在庫投機によっては現物市場価格が安定しない場合，生産者と需要者の双方にとって価格変動から蒙るリスクは現物市物に依存するかぎり，これを回避する手段はない。したがって，伝統的考え方ではここに先物市場が発生する理由があるとみなされる。

先物市場は，通常，ヘッジャと投機家の双方によって構成されていると考えられており，伝統的理論では，ヘッジャとは現物市場で購入した財を同時に先物市場でこの同量を先物価格で売り現物価格の変動から蒙るかもしれないリスクを回避する行動を取る人と定義されている。しかしながらヘッジャと投機家を別の個人と想定すべき理由はないのであって，先物市場に参加する個人の行動のリスクに対する反応の違いを概念的に区別してこのように定義しているのであるから，実際にはこれをどう識別するのかについて従来からいろいろと議論のあるところである。

ワーキング〔21〕が指摘するように，伝統的理論が想定するような行動によってヘッジャが現物価格から蒙るリスクを回避することができる場合は，現物価格の変動と先物価格の変動が平行に動く場合のみである。ヤメイの研究によっても明らかなとおり，もしもこれら二つの価格が異なって変動する時は，ヘッジングによっても利潤や損失は依然として生ずるのである。このことから，ワーキングは，実務家はヤメイの指摘する事態について（彼らの実務経験を通じて）熟知しているため，伝統的理論が想定するような行動を採ることはめったにないものとしている。

しかしながら，アジア経済研究所の一次産品研究会(注1)で実務家から行なったヒアリングによると，ワーキング・ヤメイの指摘する事態については熟知しているにもかかわらず本社の規定によって投機行動を採ることは禁止されているため通常は純粋なヘッジを行なうということであった。このことにより，本稿では，むしろ，伝統的ヘッジングの行動を仮定し先物市場モデルを考察する。

次に投機行動については，現物・先物の両市場に参入する投機は，理論的には同様の行動であるとみなすことができる。というのは，原理的には現在の現物価格と将来時点での現物価格が価格変動によって異なる場合，この価格差に基づく利得目的で投機的在庫ストックの需要が発生するからである。

アロー〔1〕にしたがい，投機家は危険回避者と仮定しよう。また，現物価格の変動はある客観的確率分布にしたがっているものと仮定する。この時，現時点で投機家が決定した在庫ストック量，S_t から，来期に実現される資産価値は，次式で与えられよう。

$$W=A_0+\left[\frac{P_{t+1}-P^f_t}{P^f_t}-R(+C)\right]P^f_tS_t \qquad (1)$$

ここに，

$A_0\equiv$今期初期の資産ストック

$S_t\equiv$今期の望ましい投機的在庫ストック量

$P_{t+1}\equiv$来期に実現される現物価格

$P^f_t\equiv$今期の先物市場で実現された先物価格

$R\equiv$市場利子率

$C\equiv$在庫の保管費等の費用

今，記号を簡略化するために，

$r'\equiv R+C$

とし，r' は在庫保有コストと考えると，

(1)式は次のように変形される，

$$W=A_0+[P_{t+1}-(1+r')P^f_t]S_t \qquad (2)$$

在庫保有量には上限 $\bar{S}$ があるものとすると，

$$0\leqq S_t\leqq \bar{S} \qquad (3)$$

今期の初期の手持在庫を S_0 とすると，

$$S_t=S_0-I^f_t,\quad かつ\quad dS_t\equiv I^f_t \qquad (4)$$

ここで，$I^f_t\equiv$投機的在庫投資

さらに，先物市場は完全競争市場であると仮定すると各投機家にとって先物価格 P^f_t は所与となる。この投機家の流動性選好を次式で定義する。

$$L(S_t)=E[U(W)] \qquad (5)$$

ここに　$U(W)\equiv$投機家の資産ストックに関する効用関数

また，この効用関数は次の二つの条件を満たすと仮定する。

(i)　$U'(W)>0$ かつ $U''(W)<0$

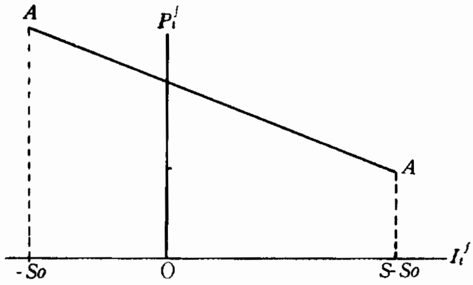
(ii)　相対危険回避 (Relative Risk aversion), $R_a(W)$ は次式で定義される。

$$R_a(W)=-W\frac{U''(W)}{U'(W)}$$

以上の前提のもとで，

$$\frac{dS_t}{dP^f_t}<0 \qquad (6)$$

第３図



を証明することができ(注2)，(4)式より，

$$\frac{dS_t}{dP^f_t}=\frac{dI^f_t}{dP^f_t}<0 \tag{7}$$

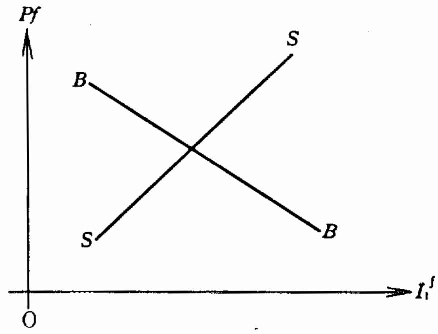
であるから，(3)式による条件を考慮すると，

$$-S_0\leqq I^f_t\leqq S-S_0 \tag{8}$$

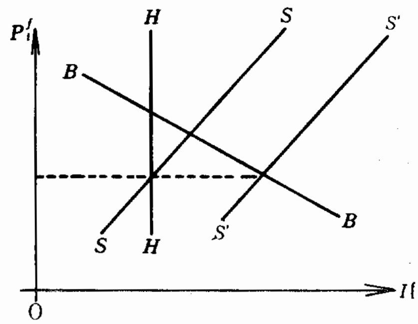
となり，投機的動機による在庫投資は第３図のように書ける。第３図の $\overline{AA}$ 曲線で与えられる在庫投資曲線を先物市場に参加している全ての投機家について集計すると，先物市場の売り投機曲線と買い投機曲線を得る事ができる，第４図は投機家のみが参加している先物市場の状態を表わしており，曲線 $\overline{BB}$ は第３図の I^f_t が正の領域にある各投機家の $\overline{AA}$ 曲線を集計して得られる買い投機曲線であり，$\overline{SS}$ は第３図の負の領域にある，各投機家の $\overline{AA}$ 曲線を集計して得られる売り投機曲線である。この市場状態を規定する要因は，各投機家の保有している初期在庫ストック S_0 と初期資産 A_0，および,彼らの効用関数の型，さらに現物価格の変動がしたがう客観的確率分布の型に依存している。効用関数の型および客観的確率分布の型は短期的には変化しないものとすると，先物市場の変動は，主として初期ストック量の変化に基づくものと解する事ができる。

すでに述べたように，伝統的ヘッジング行動は，現物価格の変動から蒙るリスクを回避するために行なわれるとするものであった，したがって，このようなヘッジャが先物市場に参入した場合，このヘッジャの売りは先物価格に対して非弾力的である。この場合，売り曲線はこのヘッジャの売りを加えた分だけ $\overline{SS}$ から $\overline{S'S'}$ へシフトすることになろう。

第４図



第５図



$$\overline{S'S'}=\overline{SS}+\overline{HH} \tag{9}$$

さて，投機的動機に基づく在庫需要曲線 S_t を近似的に導出しよう。このため新たに，

$$\pi_t\equiv[P_{t+1}-(1+r')P^f_t]S_t \tag{10}$$

を定義する。

$$E[U(W)]=E[U(A_0)+U'(A_0)\pi_t+\frac{1}{2'}U''(A_0)\pi_t^2+\cdots]$$

$$=U(A_0)+U'(A_0)E[\pi_t]$$
$$+\frac{1}{2}U''(A_0)E[\pi_t^2]+\cdots \qquad (11)$$

ここで，期待効用の極大条件を近似的にテイラー展開の第3項までとる。

$$\frac{dE[U(W)]}{dS_t}=U'(A_0)E\left[\frac{d\pi_t}{dS_t}\right]$$
$$+U''(A_0)E\left[\pi_t\frac{d\pi_t}{dS_t}\right]=0 \qquad (12)$$

$$\frac{d\pi_t}{dS_t}=P_{t+1}-(1+r')P_t^f \qquad (13)$$

したがって，(12)式は，

$$U'(A_0)E[P_{t+1}-(1+r')P_t^f]$$
$$+U''(A_0)E[(P_{t+1}-(1+r')P_t^f)^2S_t]=0 \qquad (13)'$$

となる。ところで合理的期待形成仮説により，

$$E[P_{t+1}]=P_{t+1}^e$$

であるから，

$$E[P_{t+1}-(1+r')P_t^f]=P_{t+1}^e-(1+r')P_t^f \qquad (14)$$

である。

(13)′式より，

$$S_t=-\frac{U'(A_0)}{U''(A_0)E[(P_{t+1}-(1+r')P_t^f)^2]}$$
$$\{P_{t+1}^e-(1+r')P_t^f\}=\alpha_f\{P_{t+1}^e-(1+r')P_t^f\} \qquad (15)$$

ここに，

$$\alpha_f\equiv-\frac{U'(A_0)}{U''(A_0)E[P_{t+1}-(1+r')P_t^f]^2}$$

さらに，(4)式より

$$dS_t=I_t^f=\alpha_f[dP_{t+1}^e-(1+r')dP_t^f] \qquad (16)$$

である。

この(16)式は投機的動機に基づく在庫投資関数を与えている。また，この式から明らかなとおり，在庫投資関数の係数 α_f は客観的確率分布の分散と各個人の初期資産ストック A_0 での効用関数の型にのみ依存している。

現物市場に参入する投機は原理的にはこの在庫投資関数で説明されよう。そこで，国際商品協定による緩衝在庫操作もそれが利得目的で行なわれる投機と同等に考えることができるので，この在庫操作式を

$$I_t=\alpha_B(dP_{t+1}^e-dP_t),\quad \alpha_B>0 \qquad (17)$$

と与えると，この操作当局の来期の現物価格予想も合理的期待形成仮説にしたがうはずである。結局，この当局の操作変数は α_B であると考えなければならない。

錫の先物市場に参入するヘッジャは主として錫地金の需要者から構成されると考えて大過ないであろう。これは，ペナン市場で彼らが買い付け，本国に配送するまでには最低約2～3カ月を要するからである。またペナン市場（現物市場）で鉱山主が投機行動を採ることは十分ありうるのであるが第VI節ではモデルの単純化のためこれを無視する。

（注1） 一次産品研究会（1978年）深沢八郎主査。
（注2） 証明は Sakai, *op, cit.* を参照。

VI 緩衝在庫操作の有効性

今まで，錫の現物市場と先物市場について各各，市場の需要変動，供給変動の理論モデルを導き出してきた。本節ではこれらのモデルを統一的に取り扱い，市場の変動を主として緩衝在庫操作の有効性の検討にあてる。

（i） 現物市場

$dD_t=-\beta dP_t$ （需要変動） (1)

$dQ_t=r\,dP_t^e+U_t$ （供給変動） (2)

$I_t=\alpha_B(dP_{t+1}^e-dP_t)$ （緩衝在庫操作） (3)

均衡条件，

$dQ_t+I_{t+1}=dD_t+I_t$ (4)

（ii） 先物市場

$I_t^f=\alpha_f(dP_{t+1}^e-(1+r')dP_t^f)$ （投機） (5)

先物市場に参加するヘッジングを考慮に入れると，

均衡条件，

$$d\,D_t+I^f_{t-1}=d\,D_{t-1}+I^f_t \tag{6}$$

まず，現物市場モデルで，われわれが導出した理論モデルはムース・モデルと同一形式を与えていることがわかる。したがって，このモデルを使用して緩衝在庫操作の有効性を検討するということは，同時にムース・モデルの有効性を検討することにもなっている。

この変動モデルの一般解を求めるために，攪乱項 U_t について，次のように仮定しよう，

$$U_t=\sum_{j=0}^{\infty} w_j\,V_{t-j} \tag{7}$$

かつ

$$E[V_t]=0,\quad E[V_t\,V_s]=\begin{cases}0 & t\neq s\\ \sigma_v{}^2 & t=s\end{cases} \tag{8}$$

$$0\leqq w_j\leqq 1$$

現物市場の均衡条件に(1), (2), (3)を代入すると，

$$(r+\alpha_B)\,d\,P^e_t-\alpha_B\,d\,P_{t-1}+U_t=\alpha_B\,dP^e_{t+1}-(\alpha_B+\beta)d\,P_t \tag{9}$$

一方，現物価格の変動は攪乱項の関数であるから，

$$d\,P_t=\sum_{j=0}^{\infty} W_j\,V_{t-j} \tag{10}$$

また，現物価格の予想は次期までの価格情報に依存するので，

$$d\,P^e_t=\sum_{j=1}^{\infty} W_j\,V_{t-j} \tag{11}$$

(7), (10), (11)式を(9)式に代入すると，

$$(r+\alpha_B)\sum_{j=1}^{\infty} W_j\,V_{t-j}-\alpha_B\sum_{j=1}^{\infty}W_j\,V_{t-1-j}+\sum_{j=0}^{\infty}w_jV_{t-j}=\alpha_B\sum_{j=1}^{\infty} W_j\,V_{t+1-j}-(\alpha_B+\beta)\sum_{j=0}^{\infty} W_j\,V_{t-j} \tag{12}$$

(12)式は任意の V_{t-j} について成立しなければならないので，次の係数条件が満たされている必要がある。

$$-(\alpha_B+\beta)W_0+\alpha_B\,W_1=w_0 \tag{13}$$

$$-(\alpha_B+\beta)W_k+\alpha_B\,W_{k+1}=(\alpha_B+r)W_k-\alpha_B\,W_{k-1}+w_k,\quad K=1,\ 2,\ \ldots$$

(7)式の攪乱項は，天候変化等のように，ある確率分布からのランダム標本であるとみなすことができるから，

$$w_0=1 \text{ でかつ } w_k=0\quad (K=1,\ 2,\ \ldots\ldots)$$

(13)式の係数方程式体系は，

$$-(\alpha_B+\beta)W_0+\alpha_B\,W_1=1$$

$$\alpha_B\,W_{k+1}-(r+\beta+2\,\alpha_B)W_k+\alpha_B\,W_{k-1}=0 \tag{13$'$}$$

$$(K=1,\ 2,\ \ldots\ldots)$$

となる。

(13)′式の一般解は，

$$W_k=C\,\lambda_k \tag{14}$$

の形で与えられるから，特性方程式は

$$\alpha_B\,\lambda^2-(r+\beta+2\,\alpha_B)\lambda+\alpha_B=0 \tag{15}$$

である。この特性根は

$$\lambda=\left(1+\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}\right)\pm\sqrt{\left(\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}\right)\left(\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}+2\right)} \tag{16}$$

であるから，

$$\begin{aligned}\lambda_1&=\left(1+\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}\right)-\sqrt{\left(\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}\right)\left(\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}+2\right)}<1\\ \lambda_2&=\left(1+\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}\right)+\sqrt{\left(\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}\right)\left(\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}+2\right)}>1\end{aligned} \tag{17}$$

したがって，一般解は

$$W_k=C_0\,\lambda_1{}^k+C_1\,\lambda_2{}^k \tag{18}$$

である。この特殊解は次の連立方程式によって決定される，C_0，C_1 で求まる。

$$\begin{aligned}W_0&=C_0+C_1\\ -(\alpha_B+\beta)W_0&+\alpha_B(C_0\,\lambda_1+C_2\,\lambda_2)=1\end{aligned} \tag{19}$$

したがって，もしも，初期条件 W_0 が定まればこのモデルは完全に変動経路を描くことができる。

ところで，ムース〔14〕が使用した解は(18)式の第1項のみである，また，係数 C_0 は，次のようになっている。

$$C_0=\frac{1}{-(\alpha_B+\beta)+\alpha_B\,\lambda}$$

$$W_k = C_0\,\lambda_1{}^k \tag{20}$$

$$\lambda_1 = \left(1+\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}\right) - \sqrt{\left(\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}\right)\left(\frac{r+\beta}{2\,\alpha_B}+2\right)}$$

この(20)式の係数式を得ることができるのは，(18)式中の C_1 がゼロの時か，または，初期条件 W_0 が次式を満たす場合である，すなわち，

$$-(\alpha_B+\beta)W_0 + \alpha_B\,\lambda_1\,W_0 = 1 \tag{21}$$

しかしながら，この(21)式の条件を満たすような初期条件 W_0 がどのようにして得られるかについては明らかではない。他方，もう一つの考え方として，現実価格の変動が定常マルコフ過程にしたがうという仮説をもっているとしよう。この場合，この仮説によって，特性根が1より大きい λ_2 は排除されることになる。この場合，この動学系の解は，やはり，(20)式で与えられることになろう。

さて，ムース・モデルの解の性質を検討してみよう。まず，特性根と操作変数との関係は第6図のように画ける，

$$\lim_{\alpha B\to\infty} \lambda_1 = 1$$

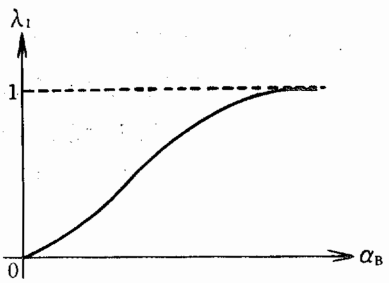
$$\lim_{\alpha B\to 0} \lambda_1 = 0$$

また，現物市場変動解は

$$d\,P_t = \sum_{j=0}^{\infty} C_0\,\lambda_1{}^j\,V_{t-j} \tag{22}$$

であり，現在の価格の変動は，過去において経済体系が決定した状況を反映するばかりではなく，

第6図



その時々の決定に影響を与えた攪乱項の生起にも依存しているというのが(22)式の含意である。

先物市場の価格変動も同様に考えると，

$$d\,P_t^f = \sum_{j=0}^{\infty} K_j\,V_{t-j} \tag{23}$$

均衡条件(6)，(10)，(11)，(23)，(1)，(5)式より，

$$\beta\Big(\sum_{j=0}^{\infty} W^j\,V_{t-j} - \sum_{j=0}^{\infty} W_j V_{t-1-j} + \alpha_f\Big)\Big(\sum_{j=1}^{\infty} W_j\,V_{t+1-j} - \sum_{j=1}^{\infty} W_j V_{t-j}\Big) = \alpha_f(1+r')\Big(\sum_{j=0}^{\infty} K_j\,V_{t-j} - \sum_{j=0}^{\infty} K^j\,V_{t-1-j}\Big) \tag{24}$$

この係数方程式は，

$$\beta\,W_0 + \alpha_f\,W_1 = \alpha_f(1+r')K_0$$

$$\beta(W_k - W_{k-1}) + \alpha_f(W_{k+1} - W_k) = \alpha_f(1+r')(K_k - K_{k-1}) \tag{25}$$

$$K = 1,\ 2,\ \ldots\ldots$$

(20)式で与えられた特殊解，$W_k = C_0\,\lambda_1{}^k$ より，

$$C_0\,\beta(\lambda_k - \lambda_1{}^{k-1}) + C_0\,\alpha_f(\lambda_1{}^{k+1} - \lambda_1{}^k) = \alpha_f(1+r')(K_k - K_{k-1})$$

したがって，

$$K_k - K_{k-1} = \frac{\lambda_1{}^{k-1}}{(1+r')}(\lambda_1 - 1)(\lambda_1 + a_0)$$

$$a_0 \equiv \frac{\beta\,C_0}{\alpha_f}$$

これを K_k について求めると，

$$K_k = K_0 + \frac{1}{1+r'}(\lambda_1 + a_0)(\lambda - \lambda^k) \tag{26}$$

$$K_0 \equiv \frac{1}{\alpha_f(1+r')}[\beta\,W_0 + \alpha_f\,C_0\,\lambda_1]$$

であるから，

$$\lim_{k\to\infty} K_k = K_0 + \frac{\lambda + a_0}{1+r'}$$

最後に，現物価格と先物価格の変動の大きさについて検討しよう。

現物価格の変動は，(22)式で与えられたように，

$$d\,P_j = \sum_{j=0}^{\infty} C_0\,\lambda_1{}^j V_{t-j}$$

であるから，

$$E[d P_t] = \sum_{j=0}^{\infty} C_0 \lambda_1{}^j E[V_{t-j}] = 0$$

分散を $\sigma_p{}^2$ とすると，

$$\sigma_p{}^2 = E[d P_t]^2 = E[\sum_{j=0}^{\infty} C_0 \lambda_1{}^j V_{t-j}]^2 = \frac{C_0{}^2 \sigma_v{}^2}{1-\lambda_1{}^2} \quad (27)$$

先物価格変動は次式で与えられる。

$$d P_t^f = \sum_{j=0}^{\infty} [K_0 + \frac{1}{H r'} (\lambda_1 + a_0)(1-\lambda_1{}^j)] V_{t-j}$$

したがって，

$$E[d P_t^f] = \sum_{j=0}^{\infty} [K_0 + \frac{1}{1+r'} (\lambda_1 + a_0)(1-\lambda_1{}^j)]$$

$$E[V_{t-j}] = 0$$

この分散を $\sigma_f{}^2$ とおくと，

$$\sigma_f{}^2 = E[d P_t^f]^2 = \sigma_v{}^2 \sum_{j=0}^{\infty} [K_0 + \frac{(\lambda_1 + a_0)(1-\lambda_1{}^j)}{1+r'}]^2 \quad (28)$$

である。

(26)式で与えられた KB が，

$$\lim_{k \to \infty} K_k = 0$$

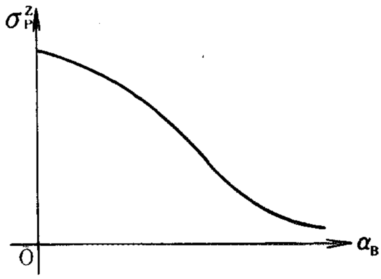
でないかぎり(28)式は収束しない。このことは，先物市場が，伝統的ヘッジャとわれわれが本稿で想定した投機家により構成される場合，この市場は不安定市場となることを意味している。一方，現物市場変動モデルでその価格変動が有限の分散値 σ_p へ収束するのは，言うまでもなく，ムースの現物市場価格の変動に関する見方に強く依存しており，この変動が定常マルコフ過程であるという仮定からの当然の帰結である。

このように定常マルコフ過程を想定している場合，緩衝在庫操作による価格の安定化が意味することは，価格変動の分散値(σ_p)を極力小さくするということである。

現物価格変動の分散値と操作変数 (α_B) との関係は次のような第７図で描ける。

$$\lim_{\alpha B \to \infty} \sigma_p = 0 \text{ (注１)} \quad (29)$$

第７図



このことから，当然，ムースの結論は，緩衝在庫操作による価格の安定化は有効であるということになろう。ところでマッキノン〔12〕が現物市場に介入し価格を安定するよりも，むしろ，先物市場に介入し価格を安定化させる方式の方がより有効である，と主張する背景には，過去の緩衝在庫操作による安定化計画が，ことごとく失敗したという事実認識が在ると思われる。もしも，ムースがその大前提においた，価格変動が定常マルコフ過程にしたがうという仮定が，現実に妥当しない場合，現物価格変動の一般解は，

$$d P_t = \sum_{j=0}^{\infty} (C_0 \lambda_1{}^j + C_1 \lambda^j) V_{t-j}$$

にしたがうのであり，この分散値は発散してしまうことになる。さらに，このような発散が生じるかどうかについて，発散項を与える(18)式の第二項を論理的に排除できるかどうかということについては，むしろ否定的とならざるを得ないのである。

（注１） この証明は，付論で与えられている。この付論は統計部の玉村千治氏のものであり，ムース自身はこの証明を与えていない点を注記しておく。

〔付　論〕

$$C_0=\frac{1}{-(\alpha_B+\beta)+\alpha_B\lambda_1}$$

$$\lambda_1=\left(1+\frac{r+\beta}{2\alpha_B}\right)-\sqrt{\left(\frac{r+\beta}{2\alpha_B}\right)\left(\frac{r+\beta}{2\alpha_B}+2\right)}$$

$$\sigma_p{}^2=\frac{C_0{}^2\sigma_v{}^2}{1-\lambda_1{}^2}\quad(\sigma_v\text{は定数})$$

の時

$\lim_{\alpha_B\to\infty}\sigma_p{}^2=0$ が成り立つ。

<証明>

$$C_0=\frac{1}{\alpha_B(\lambda_1-1)-\beta}$$

簡単のために，$\gamma+\beta=2\omega$ とおく。

$$\lambda_1-1=\frac{\omega}{\alpha_B}-\sqrt{\frac{\omega}{\alpha_B}\left(\frac{\omega}{\alpha_B}+2\right)}$$

$$\therefore\quad \alpha_B(\lambda_1-1)=\omega-\sqrt{\omega^2+2\alpha_B\omega}$$

同様に

$$1-\lambda_1{}^2=\left(\frac{1}{\alpha_B}\right)^2(\sqrt{\omega^2+2\alpha_B\omega}-\omega)$$

$$(2\alpha_B+\omega-\sqrt{\omega^2+\alpha_B\omega})$$

したがって

$\sqrt{\omega^2+2\alpha_B\omega}=t$ とすると

$$\{\alpha_B(\lambda_1-1)-\beta\}^2(1-\lambda_1{}^2)=\omega-t-\beta)^2\cdot$$

$$\left(\frac{1}{\alpha_B}\right)^2(t-\omega)(2\alpha_B+\omega-t)$$

$$=\left(\frac{1}{\alpha_B{}^2}\right)[-t^4+(4\omega-2\beta)t^3+\{3\omega)^2-(\beta-3\omega)^2\}t^2$$

$$+2\omega(\beta-\omega)(\beta-2\omega)t-(\beta-\omega)^2\omega^2]$$

$$+\frac{1}{\alpha_B}\{2t^3+(4\beta-6\omega)t^2+(\beta-\omega)(2\beta-6\omega)t$$

$$-2\omega(\beta-\omega)^2\}$$

一方，$\alpha_B\to+\infty$ の時，以下の関係が成り立つ。

$$\alpha_B\to0\qquad \frac{t}{\alpha_B}=\sqrt{\left(\frac{\omega}{\alpha_B}\right)^2+\frac{2\omega}{\alpha_B}}\to0$$

$$\frac{t^2}{\alpha_B}=\frac{\omega^2+2\omega\alpha_B}{\alpha_B}=\frac{\omega^2}{\alpha_B}+2\omega\to\text{定数}$$

$$\frac{t^3}{\alpha_B}=\frac{(\omega^2+2\alpha_B\omega)}{\alpha_B}\sqrt{\omega^2+2\alpha_B\omega}\to\infty$$

さらに，

$$\left(\frac{t^2}{\alpha_B}\right)^2=\frac{t^4}{\alpha_B{}^2}\to\text{定数}\qquad \frac{t^3}{\alpha_B{}^2}=\left(\frac{t^2}{\alpha_B}\right)\left(\frac{t}{\alpha_B}\right)\to0$$

$$\frac{t^2}{\alpha_B{}^2}=\left(\frac{t}{\alpha_B}\right)\to0\qquad \left(\frac{t}{\alpha_B{}^2}=\frac{t}{\alpha_B}\right)\cdot\frac{1}{\alpha_B}\to0$$

以上から

$$\{\alpha_B(\lambda_1-1)-\beta\}^2(1-\lambda_1{}^2)\to+\infty\quad(\text{as}\ \ \alpha_B\to+\infty)\qquad\cdots\cdots(☆)$$

が導かれる。

次に，

$$\sigma_p{}^2=\frac{C_0{}^2\sigma_v{}^2}{1-\lambda_1{}^2}=\frac{\sigma_v{}^2}{\{\alpha_B(\lambda_1-1)-\beta\}^2(1-\lambda_1{}^2)}$$

$\sigma_v{}^2$ は定数だから，(☆)式を用いて

$\lim_{\alpha_B\to+\infty}\sigma_p{}^2=0$ となる。（証明終）

〔参考文献〕

[1] Arrow, K. J., *Essays in the Theory of Risk-Bearing*, Chicago, Markham Publishing Company, 1971.

[2] Ariff, K. A. M., *Export Trade and the West Malaysian Economy - An Enquiry into the Economic Implications of Export Instability*, University of Malaysia, Kuala Lumpur, May 1972.

[3] Bureau of Mines, United States Department of the Interior, *Tin*, July 1978.
MCP-16 mineral commodity profiles.

[4] Glezakos, C., "Export Instability and Economic Growth: A Statistical Verification," *Economic Development and Cultural Change*, Vol. 21, July 1973.

[5] Hicks, J. R., *Value and Capital: An Inquiry into Some Fundamental Principles of Economic Theory*, Oxford at the Clarendon Press, 1946.

[6] Hicks, "Liguidity," *The Economic Journal*, December 1962.

[7] International Tin Council, *Monthly statistical Bulletin*, 1971-1973.

[8] Johnson, H. G., *Economic Policies Toward Less Developed Countries*, New York and Washington, Frederick A. Praeger, Pubishers, 1968.

[9] Lawson, C., "The Decline in the World Export Instability: A Reappraisal," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 36, 1974.

[10] MacBean, Alasdair, I., *Export Instability and Economic Development*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1966.

[11] Massell, B. F., "Price Stabilization and Welfare," *The Quarterly Journal of Economics*, No. 2, May 1969,

[12] Mckinnon, Ronald, I., "Futures Markets, Buffer Stocks, and Income Stability for Primary Producers, "*Journal of Political Economy*, Vol. 75, December 1967.

[13] Meltzer, "The Demand for Money: The Evidence from Time Series, "*Journal of Political Economy*, Vol. LXXI, June 1963.

[14] Muth, John, F., "Rational Expectations and the Theory of Movements, "*Econometrica*, Vol. 29, July 1961,

[15] Naya, S., "Fluctuation in Export Earnings and Economic Patterns of Asian Countries, "*Economic Development and Cultural Change*, Vol. 25, July 1973.

[16] Nerlove, Manc, *The Dynamics of Supply: Estimation of Farmer's Response to Price*, Baltimore, The Johns Hopkins Press, 1958.

[17] Oi, W. Y., "The Desirability of Price Instability under Perfect Competition," *Econmetrica*, Vol. 29, 1963.

[18] Samuelson, P. A., "The St. Petersburg Paradox as a Divergent Double Limit," *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson*, eb. by J. E. Stiglitz, Cambridge, Mass., The M. I. T. Press, 1966.

[19] Turnovsky, Stephen, J., "Price Expectations and the Welfare Gains from Price Stabilization," *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 56, November 1974,

[20] Waugh, F. V., "Consumer Aspects of Price Instability," *Econometrica*, Vol. 34, 1966,

[21] Working, Holbrook, "Futures Trading and Heging," *American Economic Review*, Vol. XVIII, June 1953,

——, "New Concepts Concerning Futures Markets and Prices," *American Economic Review*, Vol. LII, June 1962,

[22] Yip, Y. H., *The Development of the Tin Mining Industry of Malaya*, Kuala Lumpur, University of Malay Press, 1969.

[23] Department of Mines, Government of Malaysia, *Quarterly Bulletin of Statistics of the Mining Industry*, 4th Quarter, 1977.

[24] Sakai, H., "Short-Run Price Instability of A Primary Commodity: Spot-Futures Markets and Buffer Stock Cortrol," in *Proceedings of the International Symposium on the New Directions of Asia's Development Strategies*, Tokyo, Institute of Developing Economies (forthcoming).

[25] Hicks, J. R., "The Four Consumer's Surplus," *R. E. Stadies*, Vol. XI, 1973.

[26] 今井賢一『現代産業組織論』 岩波書店 1976年。

〔付記〕 本論文の作成にあたり，朽木昭文，今岡日出紀，柳原透，林俊昭，山本一己の各氏との討論に負うところが多い，またシンポジュウムでは，G. Ranis, H. Singer。S.Naya, H.Tujii, Y. Hara, K. C. Cheong から種々のコメントを頂いた。記して感謝したい。

（アジア経済研究所統計部）